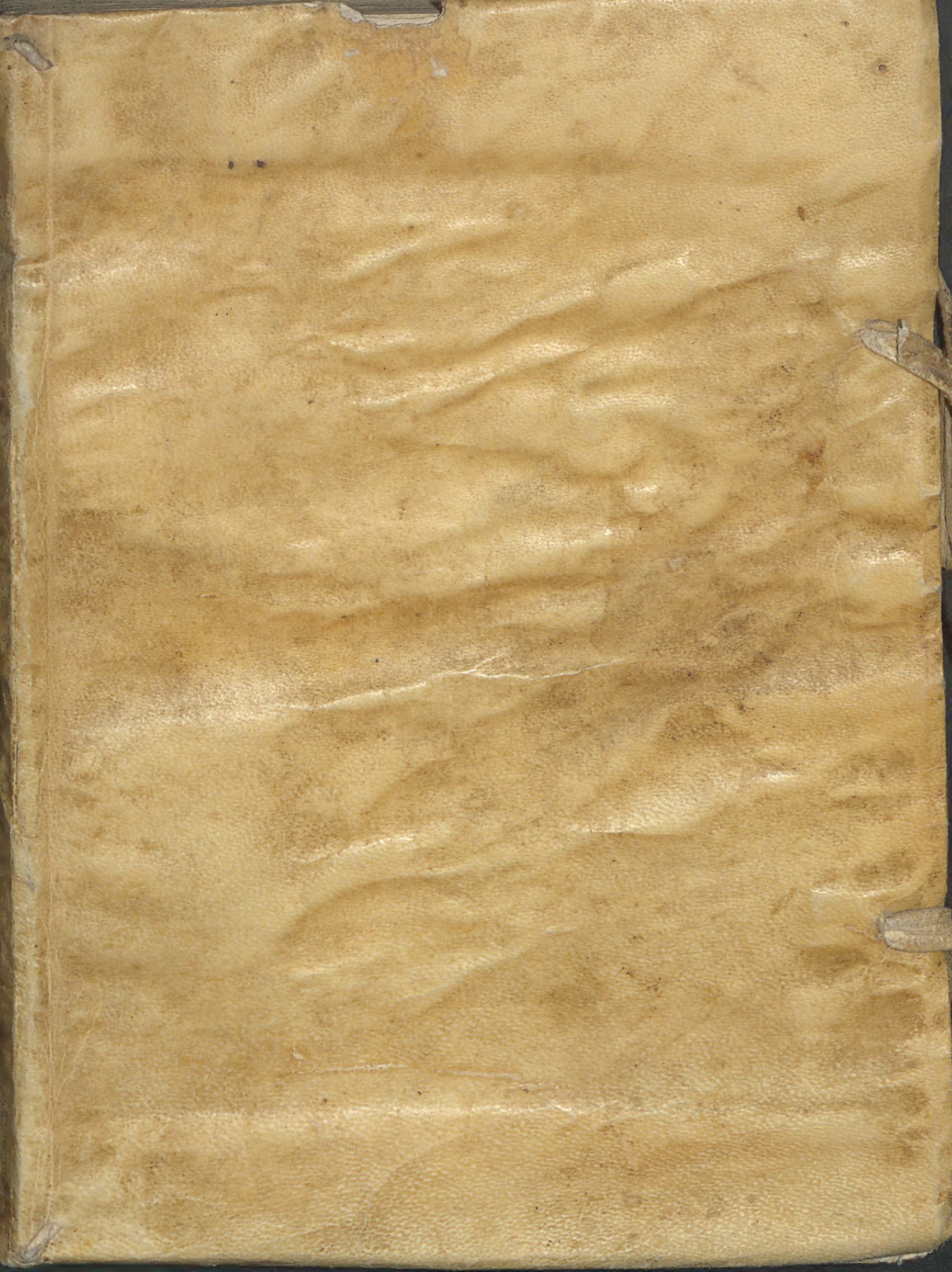


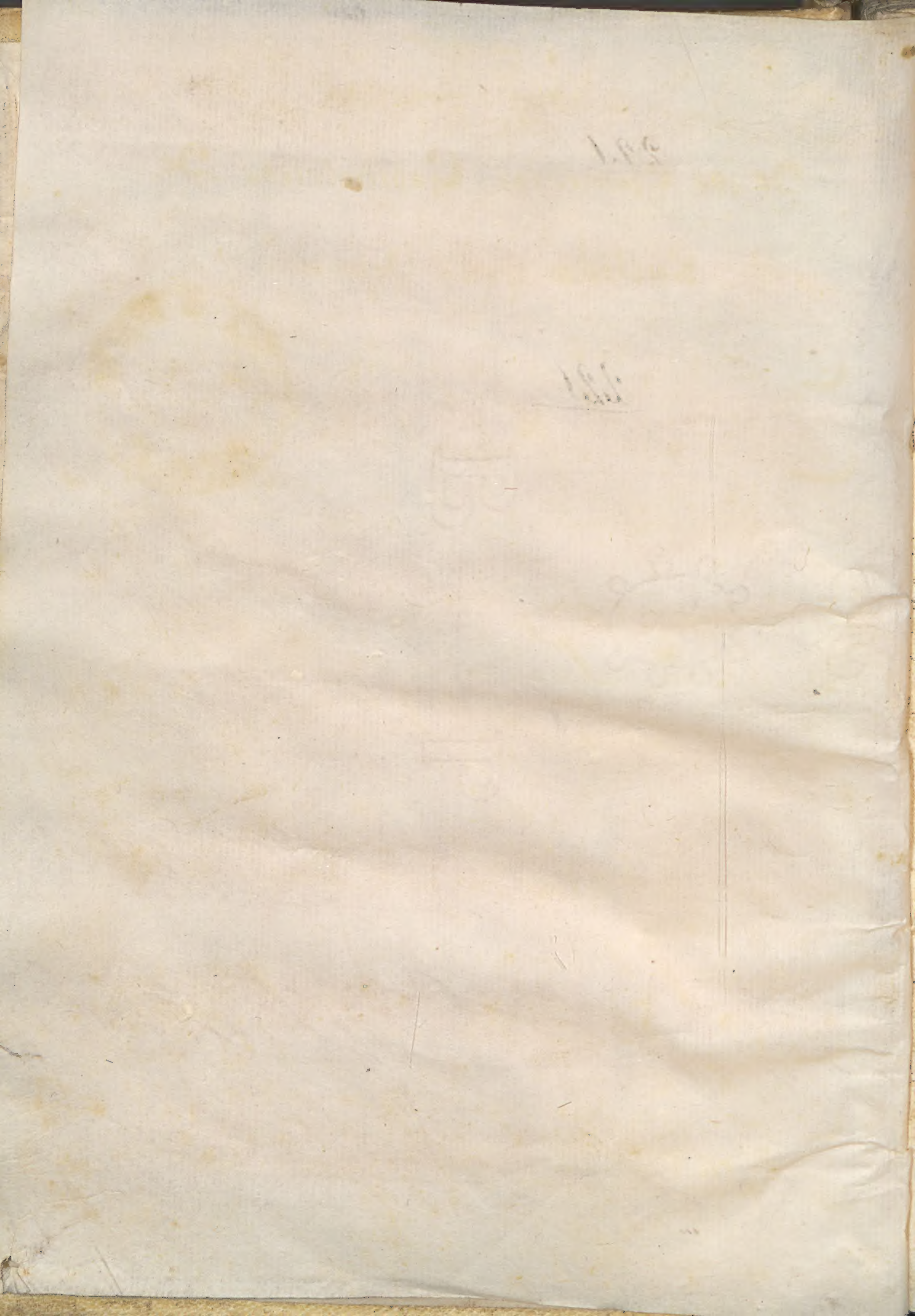
Copiése la portada

M. S. 4º perg.º con 221 hojas foliadas par-
ticularmente por libros y sin foliar las q. comprenden
los dos argumentos propuestos por D. Juan Amaro á D. Ju-
an Baena y el libro de Geometria ~~[illegible]~~ de este, copia-
do por Jose Moreno completo, bien tratado

Rotulata = Los seis libros de los elemen-
tos de Euclides.

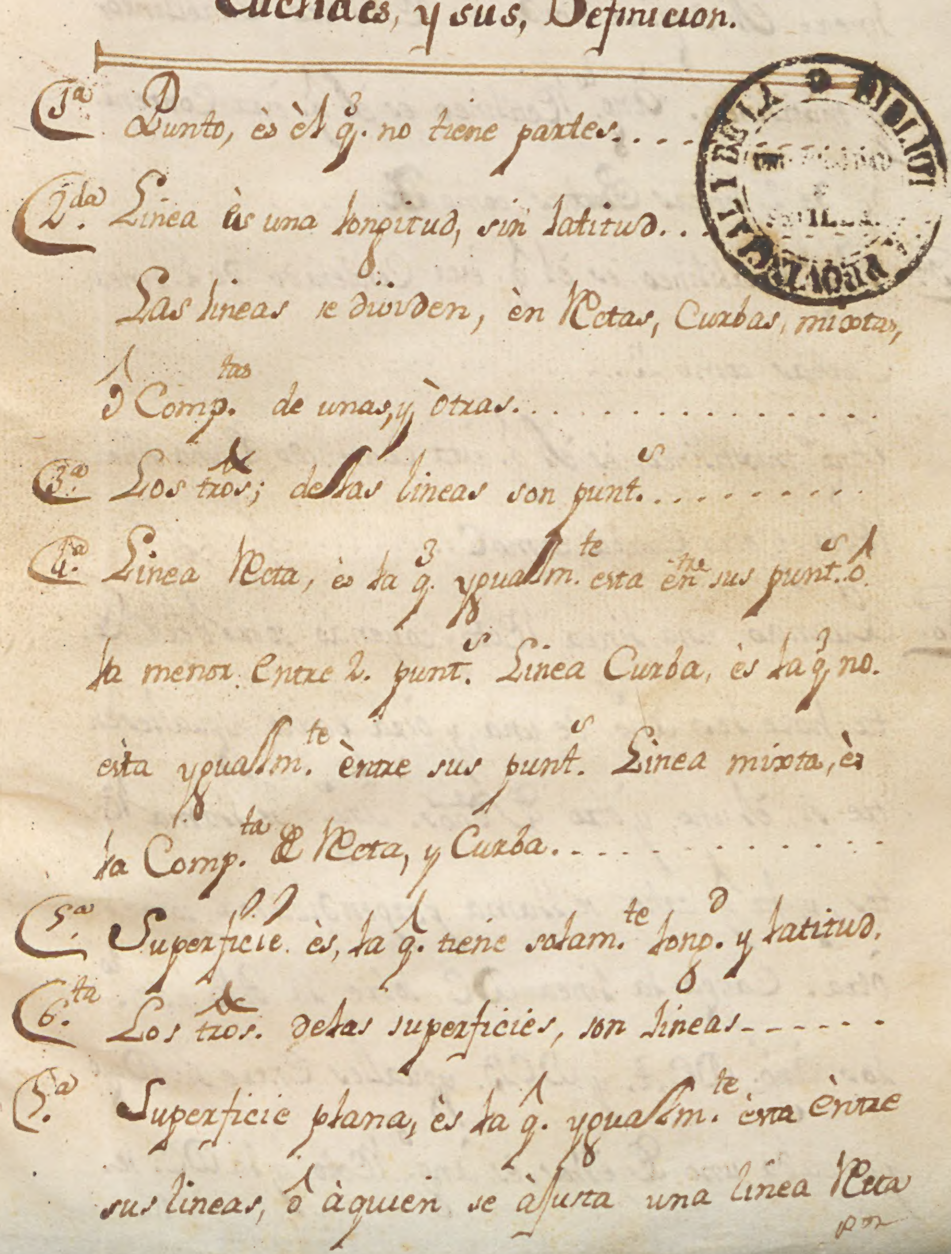
221

221



Libro primero

De los Elementos Geometricos De Euclides, y sus, Definicion.s



BIBLIOTECA UNIVERSITARIA SEVILLA

1.ª Punto, ès èl q. no tiene partes....

2.da Linea ès una longitud, sin latitud....

Las lineas se dividen, èn Rectas, Curbas, mixtas, ò Comp.tas de unas, y otras............

3.ª Los tros. destas lineas son punt.s........

4.ª Linea Recta, ès la q. ygualm.te esta entre sus punt.s ò la menor entre 2. punt.s Linea Curba, ès la q. no esta ygualm.te entre sus punt.s Linea mixta, ès la Comp.ta de Recta, y Curba.........

5.ª Superficie ès, la q. tiene solam.te long.d y latitud.

6.ta Los tros. destas superficies, son lineas.....

7.ª Superficie plana, ès la q. ygualm.te esta entre sus lineas, ò à quien se ajusta una linea Recta

por

por todas partes..........................

C. 8.ba Ang.lo plano, ès la ynclinacion de 2. lineas, q.e se tocan èn un plano, y no Componen una misma linea= èl àng.lo se divide, en Rectilineo, Curbilineo, y mistilineo. àng.lo Rectilineo ès èl q.e èsta Contenido de 2. lineas Rectas como A..............

C. 9.a Ang.lo Curbilineo, ès èl q.e èsta Contenido de 2. lineas Curbas como B..........................

Ang.lo mixtilineo, ès èl q.e èsta Contenido de una linea Recta, y otra Curba, como C..........................

C. 10.a Quando una linea Recta cayendo sobre otra Recta, haze los àng.s de una, y otra parte yguales entre si, èl uno, y otro de dhos. àng.s se llama Rectos, y la q.e cahe, se llama perpendicular sobre la òtra. Cayga la linea DC. sobre la AB. haz.do los àng.s DCA. y DCB. yguales Entre si: Digo que cada uno de ellos, ès àng.o Recto, y la DC. se

lla

llama perpendicular àlla AB. y los Ang.s q.
qualq.a linea Recta cayendo sobre otra haze de u-
na y otra parte, son llamados delos Geometras,
Ang.o de Inceps. èl uno Respecto del otro. _ _ .

11. Ang.o Obtuso, ès èl q. ès mayor q. un Recto. _ _

12. Ang.o Agudo ès èl q. ès menor q. un Recto.

Cayga la linea EC. sobre la AB. haziendo los
ang.s ECA. y ECB. Digo: q. èl Ang.o ECA. se.
llama Obtuso; por ser mayor q. un Recto DCA.
y èl Ang.o ECB. se llama Agudo, por ser menor
q. un Recto DCB.

13. Tro. ès èl èxtremo de cada cosa. . . . . . .

14. Fig.a ès la q. està Contenida de alg.o ò alg.s tros;

15. Circu.o ès una fig.a plana, conteni.da de una sola li
nea llamada circunfia. hasta la q. todas las li
neas Rectas tirad.s de un p.to de los q. estan den.
tro

tro son yguales entre si. como la figura BCDEZ...

16. Este p.to se llama Centro del Circu.o como A....

17. Diametro del Circu.o es una linea recta q. tirada por el Centro, y de ambas partes termin.da en la Circunfa; divide el Circu.o en 2. mitad. como BAC.

18. Semicirculo, es una figura plana, contenida del Diametro, y de la mit.d de la circunfa. del Circu.o como BCDEA..

19. Figura Rectilinea es la q. esta cont.a de lineas Rectas..

20. Las figuras q. estan cont.das de 3. lineas rect.s se llaman trilat.s,

21. Las de 4. quadrilater.s

22. Las q. estan cont.s de m.s de 4. lin.s se llam.n multilater.s

23. De las figs. trilat.s la q. tiene tod.s los lad. yguall.s entre si se llama triang.o Equilat.o como A.

24. la q. tiene solam.te dos lineas yg.s entre si, se llama triang.o ysosel.s V.g.a B.

La

25. La q. tiene tod.s 3. lad.s deyg.s se llama Triang.lo èsca-
leno V.G.a C.

26. Adem.s la q. tiene un Ang.o Reto se llama Triang.o
Ortogon.o como la fig.a B.

27. La q. un obtuso, se llama Triang.o obtusang.o ò am-
bligonio, como la fig.a C.

28. la q. tiene todos 3. Ang.s agud.s se llama Triang.o
Acutang.o ù Oxigonio como A. por las 6. definició-
nes ymmediat.s, consta; q. los triang.s se especifi-
cãn de sus lad.s y de sus ang.s los q. se expesific.n de sus
lad.s son; equilat.o Isosel.s y escal.os los q. de sus an-
g.s son; Retang.o obtusang.o y acutang.o u Ortogonio, am-
bligonio, y Oxigonio.

29. De las fig.s quadril.s el qq.do ès la q. tiene todos
sus lad.s ig.s y tod.s sus ang.s Ret.s como la fig.a
D.

Qua

30. Quadrilongo ès la q. tiene sus ang.s Rect.s pero no tod.s los lad.s ygu.s como C.

31. Rombo ès la q. tiene tod. sus lad.s ygu.s y ning.n ang.o Recto como F.

32. Romboide ès la q. tiene lad.s y ang.s opuestos yg.s pero no ès Equilat.a ni Equiang.a como G.

33. Fuera de estas 4. las dem.s fig.s gg.s se llam.n Gralm.te trap.s pero mas particularm.te la fig.a qq.ra q. tiene 2. lad.s paralel.s se llama Trapecia como H.
pero las q. no tienen lado alg.o paralelo, se llama Trapesoid.s como I.

34. Paralel.s son las q. estando en un mismo plano alargadas hasia una y otra parte, no pueden concurrir, p.r q. dista la una de la otra ig.l m.te por tod.s part.s como las lin.s H= I= K= L=

35. Paralel.o gramo, ès una fig.a qq.ra cuy. lad.s opuest.s

son paralel.^s como DCZG.

36. Quando en un paralelogramo se tira el diametro y por un p.^to del 2. paralel.^s alos lad.^s de suerte q. quede dividido en 4. paralelogramos los 2. por q.^n es pasa el diametro se llam.^n Circadiam.^s y los otros 2. se llam.^n sus Comp.^s como en la figura M. X. O. P. Q. el diametro es M. O. y por el pun.^to Q. estan tirad.^s las paralel.^s alos lad.^s y los paralel.^s gram.^s M. Q. y Q. O. son llamad.^s sircad= Diametros, y los otros 2. Q. X. y P. Q. son sus complem.^tos

Postulados

1º Pidese poder tirar una linea Recta, de qualq.^r p.^to à qualq.^r p.^to dado.

2º Alarg.^r una linea Recta y terminada, q.^to se quisiere.

3º De qualq.^r p.^to como Centro, y con qualq.^a distancia descrivir un Circu.^o

Axiomas.

1. Las Cos.s q.e son ig.s à una misma, son ig.s entre si; de que se ynfiere, q.e si una Cantidad ès m.or ò men.r q.e una de las ig.s sera tamb.n m.or ò m.nor la otra y àl Cont.rio

2. Si à cos.s ig.s se añaden ig.s los tod.s seran ig.s = = = =

3. Si de cos.s ig.s se quit.n ig.s los resid.s seran ig.s = = = =

4. Si à cos.s desig.s se añad.n ig.s los tod.s seran desig.s = =

5. Si de cos.s desig.s se quit.n ig.s los resid.s seran desig.s = =

6. Las cos.s q.e son duplas de una misma, son ig.s entre si. y si una cosa ès dupla de una de l.s ig.s tamb.n sera dupla de la òtra.

7. Las cos.s q.e son mitad.s de una misma, son ig.s entre si y àl Contrario si de dos cos.s ig.s la una ès dupla de àlg.na la otra tamb.n lo serà. = = = = = = =

8. Las cos.s q.e entre si comb.n son ig.s entre si. si 2. Cantid.s sobre p.stas la una àla otra de tal suerte se àjust.n entre si q.e ning.a excede àla otra se dizen Comb.z entre si.

9. El todo ès may.a q. sup.te

10. Dos lin.s Rect.s no pued.n tener un segm.to Com.n por q. si esto ès posible; sean ABD. ABC. cada una linea Recta q. teng.n èl segmen.to com.n AB. luego la linea ABC. q. pasa por èl Centro sera diametro (def.n 17) y dividira la Circunfr.a en 2. mitad.s (def.n 18) pero tamb.n ABD. passa p.r èl Centro, luego sera diametro, y divid.ra la Circunfr.a en 2. mitad.s (def.n 17 y 18) y sera AFCD. la mitad. de la Circunfr.a luego la Circunfr.a AFC. sera ig.l à la Circunfr.a AFCD. (àx.a 7.o) la p.te à su todo lo q. (ax.a 9.o) no puede ser Exact.a

11. Dos lin.s Rect.s q. Concurran èn un p.to si àmb.s se àlargan, nessesariam.te se Cort.n èn àq.l punto.

12. todos los àng.s Rectos, son ig.s entre si.

13. Si una linea Recta cay.do sobre otras 2. Rect.s haze los àng.s Internos y de la misma p.te menor.s q. 2. Rect.s las tal.s lineas àlarg.s ynfinitam.te

cor

Concurrian hacia aquella p.^te donde los ang.^s fue-
ren menor.^s q. dos Rect.^s

Sean las lineas AB. CD. y caiga sobre ella la li-
nea EF. haziendo los ang.^s BGH. y DHG. ynter-
nos, y dela misma p.^te menor.^s q. 2. Rect.^s Digo q.
las lin.^s AB. CD. prolong.^s ynfininitam.^te Concurri-
rian hacia las p.^tes BD. = = = = = = = =

14. Dos lineas Rect.^s no pued.^n ènserrar un èspacio.

15. Si à cos.^s ig.^s se ànaden desig.^s sera èl exeso de las
enter.^s ig.^l àl èxeso dela ànadido. = = = =

16. Si à cosas desig.^s se àñad.^n yg.^s sera èl exeso, de
las Comp.^tas ig.^l à èl exeso delas 1.^as = = = =

17. Si de cos.^s ig.^s se q.^tan desig.^s sera èl exeso delos Resi-
duos ig.^l àl exeso delas quitad.^s = = = = =

18. Si de cos.^s desig.^s se q.^tan ig.^s sera èl exeso delos Resi-
duos ig.^l àl èxeso delas 1.^as = = = = = = =

19. èl todo ès ig.^l à sus p.^tes todas junt.^s = = = = =

20. Si un ent.^o ès duplo de otro, y lo quitado duplo.

Dl.o quitado el Residuo será duplo del Residuo, co-
mo tamb.n si un Entero es duplo de otro, y lo a-
ñadido duplo de lo añadido, lo Comp.to será duplo
de lo Comp.to

Proposicion 1.a Prob.a 1.o

Sobre una linea Recta dada form.r un Triang.o Equilat.o

Sea la linea AB sobre la q.l se ha de formar un
Triang.o Equilatero. Del p.to B. como Centro, con
la distancia BA. descrivase el Circulo ACE (P.o 3.o)
y del p.to A. con la distancia AB. descrivase el
Circulo BCD. (P.o 3.o) y del p.to C. en q. se cortan
estos 2. Circul.s tirense las Rect.s CA. CB. (P.o 1.o)
Digo q. el Triang.o ABC. es Equilat.o por q. siendo
A. Centro del Circulo BCD. las lineas AB.
AC. desde el Centro A. hasta la Circunfer.a del
mismo Circulo, son yg.s entre si (Def.n 15) Tamb.n
siendo B. Centro del Circul.o ACE. las lin.s BA.
BC. son ig.s entre si (Def.n 15) la linea AC. es-
ta

ta demostrada ig.l àla misma AB. luego las dos lineas AC. y BC. q. son ig.s àuna 3.a AB. son ig.les entre si (Ax.a 1.o) luego el Triang.o ABC. es equilat.o (Def.n 23.) q. es lo q. se havia de hazer.

Proposicion 2.a = Prob.a 2.o

Dada una linea Recta y dado un p.to fuera de ella tirar desde el una linea Recta ig.l àla linea Recta dada. Sea la linea Recta AB. y el p.to C. p.r el y por qualq.r extremo dela Recta dada como A. tirese la Recta CA. (P.do 1.o) y sobre la CA. formese el Triang.o equil.ro ADC. (P.n 1.a) y alarguense las Rectas DA. DC. (P.do 2.o) y del p.to A. con la distancia AB. descrivase el Circulo BE. (P.do 3.o) y del p.to D. con la distancia DE. descrivase el Circulo EF. (P.o 3.o) Digo q. la linea CF. es ig.l ala linea dada AB. por q. siendo D. centro del Circulo EF. las Rectas DE. DF son ig.s entre si (Def.n 15) y quitando la DA. DC. ig.s en construcion las

Rectas AE. CF. seran ig.s (axa. 3.º) tamb.n siendo A. centro del Circulo BE. las AE. AB. son ig.s entre si (def.n 15) pero tamb.n la CF. esta demostrada ig.l ala AE. luego la CF. y AB. q. son ig.s à una 3.a AE. son ig.s entre si (axa. 1.º) luego del p.to dado C. se ha tirado la CF. ig.l ala Recta dada AB.

Apendix ala prop.n

Dada una linea Recta y un p.to dado en ella tirar por el una Recta ig.l ella dada. =

Sea la linea dada AB. y el p.to dado en ella C. sobre la AC. form.se el triang.o equil.o ADC (P.n 1.a) y alarguense los lad.s DA. DC. (P.º 2.º) y haciendo Centro en A con la distan.a AB. descri.se el circu.º BE (P.º 3.º) y haciendo Centro en D. con la distancia DE. descrivase el Circulo EF (P.º 3.º) Digo q. la linea CF. es ig.l à la linea dada AB. por q. siendo D. centro del Circulo EF. las Rectas DE. DF. son ig.les ~~ala linea~~ entre si (def.n 15) y

y quitan.do dellas las DA. DC. ig.s por construcion las resid.s AE. CZ. q.l daran ig.s (ax.a 3.o) pero la AE. es ig.l ala AB. (def.n 15) luego la CZ. y AB. q.l son ig.s à una 3.a AE. son ig.s entre si (ax.a 1.o) q.l es l.o Ecct.a luego del p.to dado C. en la linea dada AB. se ha ti rada la CZ. ig.l ala dada Recta.

Proposicion 3.a Prob.a 3.o

Dad.s 2. lin.s rect.s desig.s cortar dela m.or una ig.l ala menor.

Sean las rect.s AB. CD. se hade cortar dela mayor CD. una ig.l ala AB. juntense los dos Ex trem.s de las rect.s dad.s con AC. (P.o 1.o) y sobre ella form.se el triang.o equil.o CEA (P.n 1.a) y à larguense los lad.s EA. EC. (P.o 2.o) y haciendo centro en A. con la dista.a AB. descri.se el arco BZ. (P.o 3.o) y haciendo centro en E. con la dis tancia EZ. descrivase el arco ZG. (P.o 3.o) y por el mismo haciendo centro en C. con la distan cia

cia CG. y escrib.te el arco GY. Digo q. la CY. es ig.l
à la Recta AB. p.s q. siendo C. centro del Circulo
FG. las Rectas CF. CG. son ig.s entre si (def.n 15) y
quitando, de ellas las CA. CC. ig.s p.r construcion
las Recid.s AF. CG. q. daran ig.s (ax.a 3.o) p.o AF.
es ig.l à la AB. (def.n 15.) luego AB es ig.l à la CG.
(ax.a 1.o) p.so CG. es ig.l à la CY. (def.n 15.) luego CY.
es ig.l à la AB (ax.a 1.o) luego de la linea dada
CD. se ha cortado la CY. ig.l à la AB. q. es l.o q.e se pedia.

Propocicion 4.ta (Prob.a 4.to)

Si dos triang.s tienen 2. lad.s ig.s à 2. lad.s cada uno
à su correspondiente y los ang.s comprehendid.s de ellos
ig.s tendran tamb.n ig.s las bases, y todo el triang.lo
seg.n su espacio, sig.l à todo el triang.o seg.n su espa.
cio, y los ang.s q. se opon.n à los lad.s iguales, seran
tamb.n ig.s entre si.

Sean los dos triang.s ABC. DEF. q. tengan
dos

dos lad.s ig.s à 2. lad.s conb.e à saber AB. ig.l à DE.
AC. ig.l à DF. y los àng.s comprehendid.s èntre
lad.s q. son A. y D. ig.s Digo q. la vase BC. ès ig.l
àla base EF. y todo èl Triang.o ABC. seg.n su espa
cio ès ig.l àl Triang.o DEF. seg.n su èspacio y èl
àng.o B. ig.l à èl àng.o E. y èl C. ig.l à èl F. q. son
los op.tos à ig.s lados. p.r q. si se imagina p.to èl tri
ang.o ABC. sobre èl DEF. èl p.to A. sobre D. y
la linea AB. sobre la DE. p.r suponerse ig.s se à
justan (Ax.a 8.vo) y èl p.to B. caira sobre èl p.to E.
y àla AC. sobre la DF. p.r suponerse los àng.s A y D.
ig.s p.r q. si no cahe la linea AC. sobre la DF.
ô caira dentro del Triang.o DEF. ô fuera del
si cayera dentro seria èl àng.o A. menor q. èl
àng.o D. y si cayera fuera seria èl àng.o A.
may.r q. èl àng.o D. q. uno y ôtro ès contra lo
sup.to luego la linea AC. ha de caer sobre la DF.
pe-

pero èstan se suponen ig.s luego se àjustan (axo.a 8.bo)
q. èl p.to C. caira sobre F. y la BC. sobre la EF. p.s
q. si no cayerà deste modo ò cayera dentro del Trian.
g.o EGF. ò fuera del triang.o EHF. y en ambos ca.
sos 2. lineas Rectas enserrarian un èspacio lo q.
no puede ser (axo.a 14) luego se àjustan las Rectas
BC. y EF. luego son ig.s (àxo.a 8.bo) y todo èl Triang.o
ABC. se àjusta con èl Triang.o DEF. luego son y.
g.s (axo.a 8.bo) y èl âng.o B. se àjusta con èl âng.o
E. luego son ig.s (àxo.a 8.bo) y èl âng.o C. se àjusta
con èl âng.o F. luego son ig.s (axo.a 8.bo) luego si 2.
Triang.s Rect.a q. ès Rect.as

Proposicion 5.ta

En los Triang.s ysosel.s los âng.s sobre las vases son ig.s entre si: y prolongad.s los dos lad.s ig.s los âng.s q. q. daren debaxo delas vases son iguales entre si.

Sea èl Triang.o ysoseles ABC. Digo q. los âng.s A.

ABC. ACB. sobre la vase BC. son ygs. entre si y prolongados los lados ygs. AB. AC. los ângs. q̂. q̂. daran devaxo desta vase q̂. son DBC. ECB. son ygs. entre si del lado AB. alargado tomese de qualqr. ynterbo. AD. y del AC. alargdo. tomese AE. ygl. à AD. (pn. 3.a) y tirense las Retas BE. CD. (Po. 1o) y q̂. daran formads. dos triangs. ABE. el 1o. y ACD. el 2o. q̂. tienen 2. lads. ygs. à 2. lados conbiene à saber AB. del 1o. ygl. à AC. del 2o. (por supoon;) y AE. del 1o. ygl. à AD. del 2o. pr. consn. y el ângo. A. comun à emtrambos luego (pn. 4.a) la vase BE. del 1o. ygl. ala base DC. del 2o. y el ângo. AEB. del 1o. ygl. al ângo. ADC. del 2o. y el ângo. ABE. del 1o. ygl. al ângo. ACD. del 2o. = = = =

Imaginense otros 2. triangs. ECB. y DBC. el 2o. q. tambn. tiene 2. lads. ygs. à 2. lads. combiene â saber CE. ygl. à BD. (axa. 3o.) pr. q̂. AE. es ygl. à AD. pr. construcion y quitados de ellas las AB.

A-

AC. ig.^s p.^r suposicion, las Recid.^s DB. y EC. q.^e dar.^n ig.^s tamb.^n EB. es ig.^l à DC. p.^r demostrac.^n y el àn.g.^lo E. ig.^l à el àng.^o D. como esta demostrado lue.go p.^r la (p.^r 4.^a) el àng.^o ECB. ig.^l àl àng.^o DBC. q.^e son los àng.^s sobre la vase, y el 3.^o àng.^o EBC. ig.^l àl 3.^o DCB. y si estos se quitan de los ang.^s ABE. y ACD. q.^e se demuestran, ig.^s los Recid.^s ABC. y A CB. q.^e dan ig.^s (ax.^a 3.^o) q.^e son los àng.^s sobre la vase. luego los triang.^s ysoseles &c. q.^e es lo dicho.

Corolario

De àqui se sigue q.^e el triang.^lo Equilatero todos los àng.^s son ig.^s esto es q.^e es Equiang.^lo

---

Propocision 6.^ta

Si dos àng.^s de un triang.^lo son ig.^s entre si, los lad.^s opuestos, à ygs. àng.^s ser. tamb.^n ig.^s entre si. =

Sea el triang.^lo ABC. q.^e teng.^n los àng.^s B y C. ig.^s Digo q.^e los lados AB. y AC. son ig.^s entre si por q.^e si no son ig.^s sera uno may.^r q.^e otro sea.

pu-

p.s AB. m.or q. AC. y Cortese de AB. BD. ig.l à AC (p. 3.a)
y tirese la DC. (P.do 1.o) y q. daran formad. 2. Triang. ABC.
el uno y DCB. el otro q. tiene 2. lad.s ig.s à 2. lad.s
comb.e à saber DB. del uno ig.l à AC. del otro (p. Constr.n)
y BC. com.n à emtramb.s y el ang.o B. del uno ig.l à el
ang.o ACB. del otro (p. supp.n) luego (p. la 4.a) la va.
se DC. del uno ig.l à la vase AB. del otro, y todo
el Triang.o DBC. seg.n su espacio es ig.l al Triang.
ACB. seg.n su espacio la p.te al todo lo q. (ax.m 9.no) no pue
de ser luego tampoco puede ser AB. may.or q. AC. ni
menor por q. se seguira el mismo absurdo, luego son
ig.s los lad.s AB. y AC. luego si dos ang.s de un triang.
Rect.o q. es Rect.as

Corolario.

De àqui se sigue q. el Triang.o q. tiene 3. ang.s ig.s es
equilat.o =

Propocicion 7.ma

Si del.s Extremidad. de una misma linea Recta,
se

se tiran otras 2. Rectas, q. concurr.n en un p.to no se pon-
dran tirar otros p.tos diferentes y àzia la misma p.te otr.
dos Rectas ig.s àlas 1.as cada una àla q. nace dela mis-
ma extremidad. - - - - - - - - - - - - -

BIBLIOTECA ... DE LA

Sea la linea dada AB. de cuyas extrem.s A y B. tiren-
se las Ret.s AC y BC. q. concurr.n en el p.to C. Digo.
q. dichas extremidad.s no se pued.n tirar otras 2. Re-
tas à otro p.to distinto y hacia la misma p.te q. con-
curr.n en el p.to D. ig.s à las 1.as cada una à la q. nace
dela misma extrem. esto es AC. ig.l à AD. y BC. ig.l à
BD. p.s q. si puede ser tirese la CD. (P.o 1.o) y q. daran.
formad.s 2. Triang.s ACD. el uno, y BCD. el otro
en el 1.r Triang.o ACD. p.s suponerse los lad.s AC y AD.
ig.s los ang.s ACD. ADC. ser.n ig.s (P.r 5.a) y si del
ang.o ACD. se quita el ang.o ACB. y del otro na-
da q. daria el ang.o BCD. m.na q. el ang.o ADC. y si
à este ang.o ADC. may.r q. el ang.o BCD. se aña-
dira el ang.o BDC. y al otro nada, q. daria el

m.r

âng.º BDC. mucho may.r q.e èl âng.º BCD. y si los lad.s
BD. y BC. son ig.s los âng.s BDC. y BCD. serian ig.s
(p.n 5.a) q.e es Contra lo demostrado luego los lad.s BD.
y BC. no pued.n ser ig.s como tamp.º los AC. y AD. q.e es
Direct.a

Proposicion 8.ba

Si dos Triang.s tienen dos lad.s ig.s à los lad.s cada uno
à su Corresp.te y las vases tamb.n ig.s los âng.s op.tos
à las vases seran ig.s

Sean los Triang.s ABC. y DEF. y sean los lad.s AB.
ig.l à DE. y AC. ig.l à DF. y la vase BC. ig.l à la
EF. Digo; q.e los âng.s A y D. op.tos à las vases, son ig.s en-
tre si; p.r q.e si la vase BC. se ymagina p.ta sobre la EF.
èl p.to B. sobre E. p.r suponerse ig.s se ajustan p.r èl.
(ax.a 8.bo) y èl p.to C. caira sobre F. y si se ymagina
caer èl Triang.º hacia la p.te op.ta formar èl Triang.º
EGF. y tirando las lect. DG. (p.º 1.º) q.e daran forma
d.s 2. Triang.s DEG. èl uno y DGF. èl otro en èl

tri

triang.º DEG. los lad.s DE. y EG. son ig.s (p.r sup.n) luego
los ang.s EDG. EGD. son ig.s entre si (P. 5.a) + luego si + p.r la mism.a raz.n los ang.s FDG FGD. son ig.s
estos se añad.n a los 1.s cada uno a su corresp.te q. dar.n
los ang.s EDF. EGF. ig.s entre si. (ax.a 2.º) q. son los
ang.s op.tos a las vases luego si 2. triang.s &c.a q. es &c.a

Propocicion 9.na

Dado un ang.º Rectilineo, partirlo en 2. ang.s ig.s

Sea el ang.º Rectilineo dado ABC. tomese en el la
qualq.a long.d el dado AB. y del otro a larg.do to-
mese BC. ig.l a BA. (P.n 3.a) y tirese la CA (P.º 1.º) ato-
go q. y sobre ella formese el triang.º equilat.º ADC.
(P.n 1.a) y tirese la DB. (P.º 1.º) Digo q. esta dividido el
ang.º ABC. en 2. ang.s ig.s p.r q. en los triang.s ABD.
CBD. ay 2. lad.s ig.s a 2. lad.s conbiene a saber; AB.
ig.l a CB. (p.r construc.n) y BD. com.n a entramb.s y la
base AD. ig.l a la CD. (p.r const.n) luego (P.n 8.a) el
ang.º ABD. es ig.l a el ang.º CBD. q. son los op.tos

àla vase luego èl ang.o ABC. esta dividido en dos ang.os ig.s q. son ABD. y CBD. &c.a

Proposicion 10.

Dada una linea Recta y termin.da divid.la en dos p.tes ig.s

Sea la linea dada AB. sobre ella formese èl Triang.o Eq.ro ADB (p.n 1.a) y dividase èl ang.o ADB. p.r medio con la Recta DC. (p.n 9.a) Digo q. esta divide àla AB. en 2. p.tes ig.s p.r q. en los Triang.s ADC. BDC. èl lado AD. es ig.l à BD. (p.r constr.n) y DC. com.n à entramb.s y èl ang.o ADC. ig.l à èl BDC. (p.r constr.n) luego (p.n 4.a) la vase AC. ès ig.l àla BC. luego la Recta AB. esta dividida p.r medio en èl p.to C. q. ès lo q. se havia de hazer.

Proposicion 11.

Dada una linea Recta, y un p.to dado en ella, lebantar una perpendicular.

Sea la Recta AB. y èl p.to dado en ella D. la DA. se

quai-

qualq.^r ynterualo y la DE. ig.^l àla DA. (P.^n 3.^a) y so-
bre la AB. form.^se èl triang.^o èq.^ro ACB. (P.^n 1.^a) y tire-
se la CD. Digo q̃. èsta perpendicular àla AB. p.^r q̃.
los Triang.^s ADC. BDC. èl lado AD. ès ig.^l à BD (p.^r Cont.^n)
DC. Com.^n à èntramb.^os y la base AC. ès ig.^l àla BC (p.^r Cont.^n)
luego (p.^n 8.^ba) los àng.^s ADC. BDC. son ig.^s luego
(Def.^n 10.) la CD. ès perpendicul.^r àla AB. luego del
p.^to D. sea lebanta.^da Rect.^a q̃. ès Rect.^a

Proposicion 12.

Dada una linea Recta, y un p.^to fuera de èlla tirar-
las una perpend. àla Recta dada.

Sea la Recta dada AB. y èl p.^to C. desde èl como de Cen-
tro con una distan.^a tal q̃. Corte àla linea dada èn
qualq.^r 2. p.^tos descrivase un Circulo como DE (P.^o 3.^o)
q̃. Cort.^ra la linea AB. èn DE. divida.^se la DE. p.^r medio
èn èl p.^to F. (P.^n 10.) y tirese la CF. (P.^o 1.^o) Digo èsta
ès perp.^r àla AB. p.^r q̃. tirando las Rect.^s CD.
y CE. q̃. daràn formad.^s 2. Triang.^s èn q.^n la DF.

igl. à CF. (p.r Const.n) la FC. com.n y à CD. igl. à CE. (Def.n 15.) luego (p.n 8.ba) el Ang.o CFD. es igl. à el Ang.o CFE. luego (Def.n 10.) la CF. es perp.r à la AB. y esta tirada del p.to C. q. Erat.a

Proposicion 13

Si una linea Recta cayendo sobre otra Recta hace Ang.s ó hará Ang.s Ret.s ó ygl.s à 2. Rectas.

Sea la Recta AB. y sobre ella caiga la CD. hazdo los Ang.s CDA. CDB. Digo q. estos Ang.s son Ret.s ó ygl.s à 2. Rectos, porq. si la DC. es perp.r à la AB. seran los Ang.s Ret.s (Def.n 10.) y sino es perp.r à la AB. lebantese del p.to D. la perp.r DE. (P.n 11.) y seran los Ang.s EDA. y EDB. Ret.s (Def.n 10.) p.r/to estos son igl.s à los 3. Ang.s EDA. EDC. CDB. (Ax.a 19.) luego estos 3. Ang.s ultim.s son igl.s à dos Ret.s (Ax.a 1.o) p.r/to estos 3. mismos Ang.s son igl.s à los 2. Ang.s CDA. y CDB. (Ax.a 19.) luego tamb.n estos dos Ang.s son igl.s à 2. Ret.s (Ax.a 1.o) q. es Ret.d

Proposicion 14.

Si

Si ã una linea recta y à un p.^to^ dado en ella se tirardo lineas rect.^s^ (no de la misma p.^te^) haciendo los ang.^s^ ig.^s^ à 2. rect.^s^ las mis.^s^ lineas se encontraran directa m.^te^ y Comp.^ran^ una misma linea recta.

Sea la linea dada AB. y èl p.^to^ B. tirese de dist.^s^ p.^tes^ las rectas CB. BD. haciendo los ang.^s^ CBA. DBA ig.^s^ à 2. rectos Digo q. la linea CB. prolongada se ajusta con la linea BD. y Comp.^n^ una misma linea recta, p.^s^ q. sino se àjustan ô caira la linea prolongada àsia E ô assia F. si cahe àssia E. los ang.^s^ CBA. y ABE. junt.^s^ seran ig.^s^ à 2. rect.^s^ p.^r^ la (p.^n^ 13.) pero los ang.^s^ CBA= ABD= son ig.^s^ à 2. rect.^s^ (p.^r^ sup.^n^) luego los unos son ig.^s^ àlos otros (ax.^a^ 1.^a^) tamb.^n^ los ang.^s^ CBA. ABF. son ig.^s^ à 2. rect.^s^ (p.^n^ 13.) luego tamb.^n^ son ig.^s^ àcada 2. delos anteced. quitem.^te^ deèstos èl ang.^o^ Com.^n^ ABC. y q. dar.^n^ p.^r^ èl (ax.^a^ 3.^o^) los 3. ang.^s^ ABE. ABD. ABF. ig.^s^ èntre si. la p.^te^ àl todo ù èl todo àla p.^te^ lo q. (ax.^a^)

(ax.ª 2º) no puede ser luego tamp.º puede ser q. la linea CB. prolongada no se ajuste con la BD. luego se ajustan y compon.n una misma linea Recta q. es Ut.al

Propocision 15.

Si dos lin.s Rect.s se cort.n entre si, haz.n los ang.s vert.les ig.s

Seanlas lineas AB CD. q. se cort.n en el p.to E. Digo. q. los ang.s vert.les AEC. DEB. son ig.s entre si; porq. los ang.s DEA. AEC. son ig.s à 2. Rect.s (P.n 13.) y los ang.s DEA. DEB. son ig.s à 2. Rect.s (Por la misma) luego los 2. primer.s ang.s son ig.s à los 2. seg.dos (Ax.ª 1º) quitese de entramb.s p.tes el ang.º com.n DEA. y q. daran los Resid.s AEC. DEB. ig.s entre si (Ax.ª 3º) Ut.al

Corolario

De aqui se sigue q. tod.s los ang.s q. se pued.n formar en un p.to son ig.s à 4. Rect.s + por que los ang.s con ... son ig.s à 2 Rect.s (P.n 13.) y sus vert.les DEB. BEC. son ig.s à los 2. anteced.tes (P.n 15.) luego tod.s â. son ig.s à 4 Rect.s y si ubiere mas ang.s formad.s en el p.to E. ser.n menor.s cada uno q. los 4. dhos. p.º tod.s fuer

junt.s ser.n ig.s à ellos (axo.a 19.) y consig.te m.te à la lib.ª

Proposicion 16.

En qualq.r triang.o prolong.do un lado, el ang.o externo, es may.r q. qualq.a delos ynterni.s op.tos

Sea el triang.o ABC. prolonguese el lado BC. assia D. (p.o 2.o) Digo q. el ang.o externo ACD. es may.r q. qualq.a delos yntern.s op.tos CAB. ò CBA. en esta prop.n no se habla del ang.o ynterno ACB. q. es de ynsep. del ang.o ACD. p.r q. dhô. ang.o puede ser ig.l à este adjacente ACD. may.r ò men.r q. el y para probar q. el ang.o externo ACD. es may.r q. el ynterno op.to ABC. dividase el lado adjacente à dhos. ang.s BC. p.r medio en C (p.o 1.o) y alarguese assia F. (p.o 2.o) y tomese CF. ig.l à AC. (p.n 3.a) y tire se la FC. y alarguese assia H. (p.o 1.o y 2.o) y p.r q. en los triang.s ACB. FCC. los lad.s BC. CA. del uno son ig.s à los otros 2. CC. CF. del otro (p.r Const.n)

y=

y los ang.s comp.dos de estos lad.s son ig.s (p.n 15.) luego (p.n ult.a) los ang.s ABC. ACE. son ig.s p.s el ang.o ACD. es ig.l ala ACE. (p.n 15.) luego (ax.a 1.o) el ang.o ACD. es ig.l ala ABC. p.o el ang.o ACD. es may.r q. el ACD. (ax.a 9.o) luego tamb.n es may.r q. su ig.l ABC. (ax.a 1.o) q. es lo 1.o =

Se demues.te enlo 2.o q. el ang.o à ACD. externo es may.r q. su ynterno op.to BAC. y p.a ello dividase el lado AC. adyacente à dichos ang.s en 2. p.tes ig.s en G (p.n 10.) y tirese BG. y alarguese assia H. (p.o 1.o y 2.o) y tirese HC. (p.o 1.o) y en los triang.s BGA. HGC. los lad.s AG. GB. del uno son ig.s àlos 2. lad.s CG. GH. del otro cada uno àl suyo p.r constr.n y los ang.s comp.dos de estos lad.s son ig.s (prop.n 15.) p.r ser bertic.s luego (p.n ult.a) los ang.s BAG. HCG. son ig.s p.o el ang.o ACD. es may.r q. el ang.o HCG. (ax.a 9.o) luego tamb.n es may.r q. su ig.l BAC (ax.a 1.o) q. es lo 2.o luego &c.a

Pro-

Proposicion 17.

De todo triang.º quales q.r 2. ang.s de qualq.r suerte q. se tomen son menor.s q. 2. Rect.s

En el triang.º ABC. tomense los ang.s A y C. Digo q. junt.s son men.es q. 2. Rect.s alarg.se el lado BC. àsia D. (p.º 2.º) y serà el ang.º ACD. may.r q. el ang.º A. (p.n 16.) añadase à entrumb.s p.tes el ang.º ACB. y q.da. ran los 2. ang.s ACD = ACB. may.s q. los 2. A = ACB. (ax.a 4.º) p.º los 2. ang.s ACD y ACB. son ig.s à 2. Rect. (p.n 13.) luego los otros 2. A = ACB. son men.s q. 2 Rec. tos q. es Rect.a = = = = = = = = = = = = = =

Corolarios

1.º De àqui se sigue q. qualq.r triang.º q. tubiere un ang.º Recto, ù obtuso los otros 2. ser.n agudos = = = =

2.º Que los ang.s de qualquier triang.º Eq.ro son agud.s y los del triang.º ysoseles q. estan sobre la vase lado desig.l son agud.s = = = = = = = = = = = =

3.º Que de un mismo p.to como A. sobre otra Recta co-

como B.C. no pued.e caer mas q. una perp.r como AC ===========

4.to Y q. en un triang.o como ABC. si los ang.s B. y C. son agud.s la perpend.r desde A. caeria entre lo ang. B. i C.

Propocicion 18.

En qualq.r triang.o el lado may.r se opone al may.r Angulo.

Sea el triang.o ABC. el lado may.r AC. Digo q. se op.ne may.r ang.o B. cortese de AC. AD. ig.l a AB. (p.n 3.a) y tirese BD. (P.o 1.o) y sera en el triang.o ysoseles los ang.s ABD. ADB. ig.s (p.n 5.a) p.o el ang.o ABC. es may.r q. el ang.o ABD. (ax.a 9.o) luego tamb.n es may.r q. su ig.l ADB. (ax.a 1.o) pero este es may.r q. ACB. (p.n 16.) luego tamb.n el ang.o ABC. es mucho may.r q. el ang.o ACB. q. es l.o q.e se d. Del mismo modo se probara q. el ang.o ABC. es may.r q. el ang.o A. cortando del lado may.r AC. la linea CD. ig.l a CB.

Corolario

2

De àqui se sigue q. èl Triang.º Escaleno tiene sus 3. ang.s son desiguales.

Propocicion 19.

En qualq.r Triang.º èl ang.º m.or se opone àl m.or lado.

Sea èl Triang.º ABC. q. tenga èl m.or ang.º B. Digo q. èl lado AC. es m.or q. èl AB. y q. èl BC. p.r q. si èl lado AC. no fuera m.or q. AB. ò sera ig.l ò me.r si es ig.l los àng.s B. y C. ser.n yg.s (P.n 5.a) y si AC. ès me.r q. AB. èl ang.º C. seria m.or q. èl B. (P.n 18.) q. uno y otro ès Contra lo sup.to luego èl lado AC. ès m.or q. AB. del mismo modo se demuestra q. ès m.or q. BC. luego èn qualquier Triang.º Rect.º q. ès Rect.º

Corolario.

De àqui se sigue q. dellas lin.s tirad.s de un p.to como D. sobre otra Recta como GC. la minima ès la perpend.r como DC. y la mas cercana à esta como DE. ès me.r q. la mas distante como DG.

(Sup.to q. la DC. es perpend.r à la GC. sera èl ang.º DEG.

DEG. Recto (Def.ⁿ 10.) y el ang.° DFC. sera agudo, (Coro.° 1.° de la 17.) luego en el Triang.° DFC. al m.ᵒʳ ang.° DCF. se op.ⁿᵉ ma.ʳ DF. y al me.ʳ DFC. se op.ⁿᵉ me.ʳ lado DC. (P.ⁿ 19.) q. da dho, q. el ang.° DFE es agudo luego el ang.° DFG. sera obtuso (P.ⁿ 13.) y el ang.° DGF. agudo (P.ⁿ 17.) luego en el Triang.° DGF. al m.ᵒʳ ang.° DFG. se op.ⁿᵉ m.ᵒʳ lado DG. y al m.ⁿᵒʳ ang.° DGF. se op.ⁿᵉ men.ʳ lado DF (P.ⁿ 19) esta demost.ᵈᵒ q. la DF. es m.ᵒʳ q. la DC. luego la DG. sera much.° m.ᵒʳ q. la DC. &c.ᵃ tamb.ⁿ el ang.° externo DFG. es m.ᵒʳ q. el ynterno DCF. (P.ⁿ 16.) p.° este esta demostra.° recto luego el DFG. es obtuso y el DGF. agud.° (Coro.° 1.°) de la 17.) luego en el Triang.° DFG. al m.ᵒʳ ang.° DFG. se op.ⁿᵉ m.ᵒʳ lado DG. y al me.ʳ ang.° DGF. se op.ⁿᵉ me.ʳ lado DF. p.° este es m.ᵒʳ q. DC. como esta demostrado. luego &c.ᵃ

Propocición 20.

En qualq.ʳ Triang.° qualesq.ᵃ 2. lad.ˢ junt.ˢ son ma.ʳᵉˢ q. el Tercero.

Sea-

Sea el Triang.º ABC. Digo q. qualq.ª de los 2. lad.s como AB. BC. son ma.s q. el 3º AC. Alarguese CB. ácia D (p.º 2º) y tom.se BD. ig.l á BA. (p.n 3.a) y tirese la DA. (p.º 2º) en el triang.º ysosel.s ADB. los áng.s D. DAB. son ig.s entre si (p.n 5.a) p.º el áng.º DAC. és ma.r q. DAB (ax.ª 9º) luego tamb.n és m.or q. su ig.l D. (ax.ª 1º) luego á el m.or áng.lo DAC. se op.ne al ma.r lado DC. y al me.r áng.º D. se op.ne me.r lado AC. (p.n 19.) p.º el lado DC. és ig.l á los 2. lad.s BC. y BA. se hizo ig.l á BA. luego de qualq.r triang.º &ct.ª q. és &ct.ª

Propocicion 21.

Si sobre un lado de un triang.º y de las extremid.s del. se tiran 2. lin.s Rect.s q. concur. á un p.to dentro del triang.º las tal.s 2. lin.s Rect.s ser.n me.s q. los otr.s 2 lad.s del triang.º prop.to p.º conten.n un áng.lo m.or q. el contenido de los otros. 2. lad.s del triang.º prop.to

---

Sea el Triang.º ABC. y sobre el lado BC. y de sus ex-

extrem.s tiren.te las Rect.as BD. CD. q. concurr.n en el p.to D. dentro del triang.o Digo q. dhas Rect.s BD. CD. son me.s q. BA. CA. p.o el ang.o BDC. es m.or q. BAC alarg.te BD. hasta E. y en el triang.o BAE. los lad.s BA. AE. son may.s q. BE. (p.n 20) añada.e a entram b.s p.tes EC. y ser.n BA. AC. ma.s q. BE. EC. (ax.a 4.o) p.o tamb.n el triang.o CED. los dos lad.s CE. ED. son m.res q. CD. (p.n 20) luego añadiendo a entramb.s p.tes BD. ser.n CE. y EB. may.s q. CD. BD. (ax.a 4.o) luego los 2. CD. BD. son much.o me.s q. BA. y CA. q. es lo 1.o =

Demuest.se q. el ang.o BDC. es may.r q. el ang.o BAC. p.r q. el ang.o externo BDC. es m.or q. el ynter.o op.to DEC. en este triang.o (p.n 16.) y este ang.o DEC. exter.o en el triang.o BAE. es may.r q. su ynter.o op.to BAC. (p.n 16.) luego BDC. es mucho may.r q. el BAC. q. es lo 2.o luego si sobre un lado Recta. q.

Proposicion 22.

De 3. lin.s Rect.s ig.s à 3. lin.s Rect.s dad.s delas qual.s quales quiera 2. junt.s son may.s q. la 3.a form.r un Triang.o

Sean las Rect.s dad.s ABC. tir.se la DC. yndeterm.da y tom.se en ella la DF. ig.l à A. la FG. ig.l àla B. y la GC. ig.l àla C. (P.n 3.a) y haci.o Centro en F. con èl ynterb.o FD. describase èl àrco DH. (P.o 3.o) y p.r èl mismo haci.o Cent.o en G. con èl ynterb.o GC. describase èl àrco CH. q. cortar.a con èl 1.o en H. y tiren se las Rect.s HF HG. (P.o 1.o) Digo q. èl Triang.o FGH. èsta forma.o de 3. lin.s Rect.s ig.s àlas dad.s p.a q. la FG. ès ig.l àla B. (p.r Constr.n) y la FD. ig.l àla A. p.r lo mismo la FH. ès ig.l àla FD. (def.n 15.) luego la FH. ès ig.l tamb.n àla A (ax.a 1.o) tamb.n GC. y C. son ig.s (p.r Constr.n) GH. ès ig.l à GC. (def.n 15.) luego GH. ès ig.l à C. (ax.a 1.o) luego èl Triang.o FGH. èsta form.o de 3. Rect.s ig.s y las dad.s ABC que ès Rect.a

Pro.

Propocicion 23.

Dada una linea recta y un p.to dado en ella form.r un ang.o rectilinea ig.l â un àng.o rectilineo dado.

Sea el àng.o rectilin.o dado BAC y la recta dada DF. y el p.to dado en ella E. junten.se los lad.s del âng.o dado con la recta BC (P.o 1.o) y sobre la DF. form.e el triang.o EFG. de 3. rect.s ig.s à la del triang.o ABC (P.n 22) de su erte q. EF. sea ig.l à AB. la EG. ig.l à AC. y la FG. ig.l à BC. y estara hecho lo q. se pide p.r q. los 2. triang.s tien.n 3. lad.s ig.s à 3. lad.s (p.r Const.n) luego (P.n 8) los àng.s BAC. FEG. son ig.s luego en la recta DF. en el p.to E. sea forma.o un âng.o q. es &c.a

Propocicion 24.

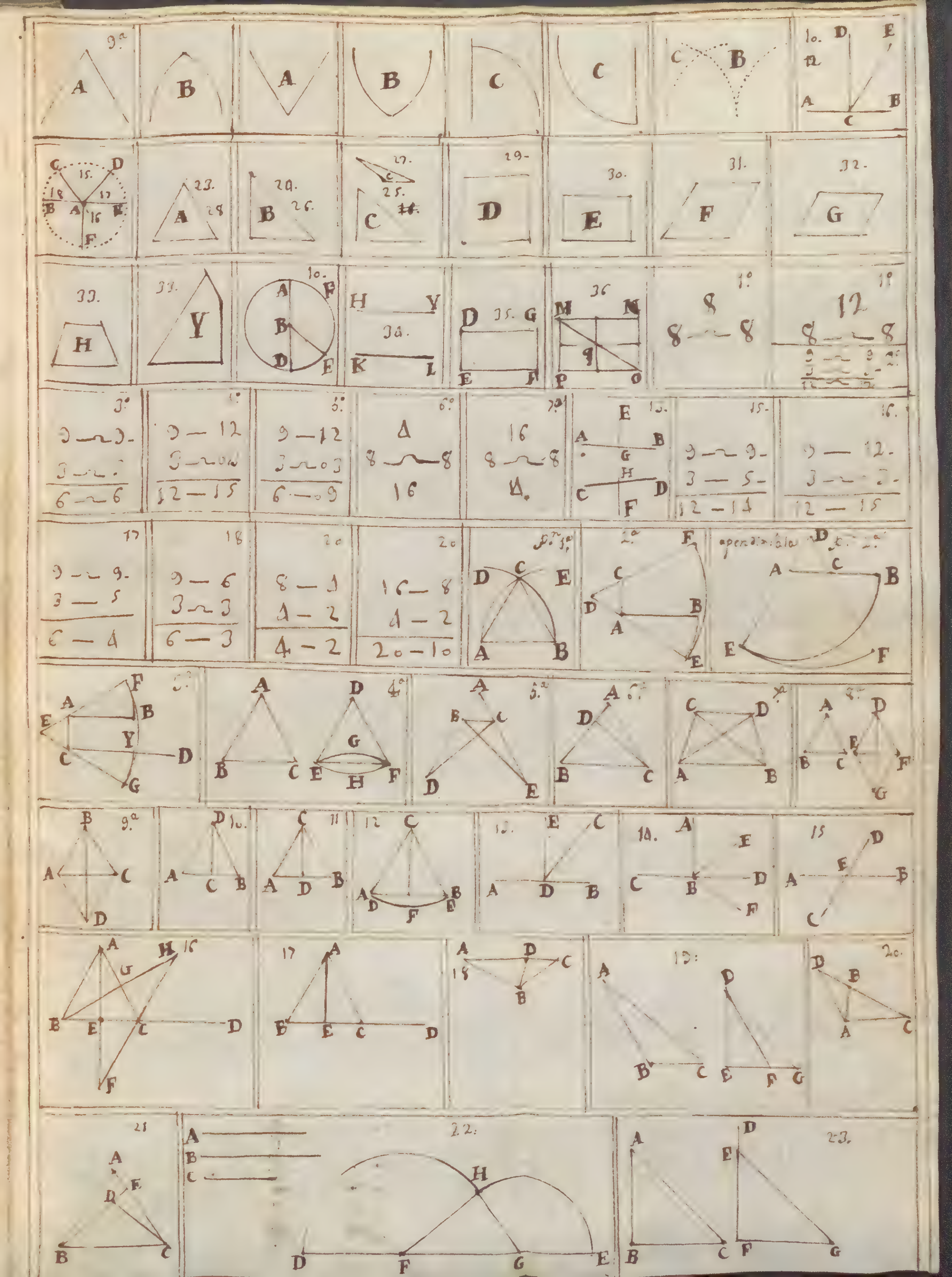
Si 2. triang.s tien.n 2. lad.s ig.s â 2. lad.s cada uno àl su yo, y entre ellos comprehenden desig.s âng.s el q. tubiere may.r àng.o tendran tamb.n may.r base.

En los triang.s ABC. DEF sea.n los lad.s AB, DE

y-

igu.s y los AC. y DF. tamb.n ig.s y el ang.o BAC. sea ma-
y.r q. el DCF. Digo q. la vase BC. es may.r q. la CF.
sobre la AB. en el p.to A. hag.se el ang.o BAG. ig.l à
CDF. (P.n 23.) y tom.e AG. ig.l à DF. (P.n 3.a) y tiren
se BG. CG. (P.o 1.o) y p.r q. en el triang.o AGC. los
lad.s AG. AC. son ig.s (ax.a 1.o) los ang.s AGC. y ACG.
son ig.s (P.n 5.a) y si del ang.o ACG. se quita el ang.o
ACB. q. dara el ang.o BCG. me.r q. el ang.o AGC.
~~y si a este se le añade el ang.o AGB. q. dara el ang.o~~
~~BGC.~~ y si à este sele añade el ang.o AGB. q. dara
el ang.o BGC. mucho may.r q. el BCG. luego en el
triang.o GBC. al m.or ang.o BGC. se op.ne may.r lado
BC (P.n 19.) y al me.r ang.o BCG. se opone me.r lado
BG. p.o BG. es ig.l à CF. (P.n 4.a) p.r q. los triang.s
ABG. DCF. tien.n 2. lad.s ig.s à 2. lad.s y los ang.s com-
prehend.s son ig.s (p.r Constr.n) luego el triang.e ABC.
tiene mayor base BC. q. la base CF. del triang.o DCF

que es Ect.a P.10 -



Proposicion 25.

Si 2. triang. tien.n 2. lad.s ig.s à 2. lad.s cada uno àl suyo, y las vases desig.s èl q. tubiere may.r base tendra tambien m.or àngulo à èlla op.to

En los triang.s ABC. DEF. sean los lad.s AB. ig.l à DC. AC. ig.l à DF. y la base BC. m.or q. la EF. digo q. èl àngº A. es may.r q. èl àng.º D. p.s q. si no es àsci sera ig.l ò me.r si es ig.l las bases BC. y EF. ser.n ig.s (P.n 4.ª) q. es contra lo sup.to y si èl àng.º A. es me.r q. èl D. la base BC. sera me.r q. la EF. (P.n 24.) q. tamb.n es contra lo sup.to luego èl àng.º A. q. no puede ser ig.l ni me.r q. èl àng.º D. sera may.r q. es Xci.ª

Proposicion 26.

Si 2. triang.s tien.n 2. àng.s ig.s à 2. àng.s cada uno àl suyo, y un lado ig.l à un lado ò sea àdjasente à dhos. àng.s ò èl op.to à uno dellos, tend.n tamb.n ig.s los dem.s lad.s y èl 3.º àng.º sera ig.l àl 3.º àngulo.

Los=

Los triang.s ABC. DEF. teng.n q.e los ang.s B. y C. y tamb.n el F. y el lado BC. ig.l al EF. d. son los adya centes à dhos ang.s digo q. el lado AB. es ig.l al DE. p.q. si no son ig.s sera uno m.r q. otro; sea p.e AB. m.r q. DE. y cort.se de AB. BL. ig.l à DE. (P.n 3.a) y tirese la LC. (P.o 1.o) y en los triang.s LBC. DEF. el lado LB. ig.l à DE. (p.r const.n) el BC. ig.l à EF. (p.r supoc.n) y p.r el mis mo el ang.o B. ig.l al E. luego (p.n 4.a) la base LC. serà ig.l à la DF. y el ang.o BCL. ig.l al ang.o F. p.o el ang.o ACB. es ig.l al ang.o F. (p.r supoc.n) luego el ang.o LBC. es ig.l al ACB. (ax.a 1.o) la p.te al todo lo q. p.r (ax.a 9.o) no puede ser luego tampoco AB. pue de ser may.r q. DE. ni tamp.o me.r p.r q. seguiria el mismo absurdo luego son ig.s los lad.s AB. y DE. p.o BC. es ig.l à EF. (p.r sup.n) y p.r la misma los àn g.s B y E. son ig.s luego (p.n 4.a) AC. es ig.l à DF. y el 3.o ang.o A. ig.l al 3.o D. q. es lo 1.o luego &c.a

Sea lo 2.o en los triang.s GHY. DEF. los ang.s H.

y C. ig.^l y tamb.^n el ang.^o Y. ig.^l à el f. y los lad.^s opuest.
à estos ang.^s G H. DE. ig.^s digo q. H Y. es ig.^l à Cf. p.^s q.
si no es assi sera una may.^r q. otro, sea p.^s H Y. may.^r
q. Cf. y Cortese de H Y. H M. ig.^l à Cf. (p.^n 3.^a) y tirese
G M. (P.^o 1.^o) y p.^s q. G M. es ig.^l à DC. (p.^r sup.^n) H M.
es ig.^l à Cf. (p.^r Const.^n) y los ang.^s Comp.^dos H. y C. tamb.^n
son ig.^s luego (p.^n 4.^a) G M. es ig.^l à DF. y el ang.^o G M H.
ig.^l à F. p.^o el ang.^o Y. se supone ig.^l à f. luego el ang.^o
G M H. es ig.^l al ang.^o Y. (Ax.^a 1.^o) el externo ig.^l al yn-
terno op.^to lo q. (p.^n 16.) no puede ser luego H Y. no es
may.^r q. Cf. ni tamp.^o me.^r p.^s q. se segui.^a el mismo
yncomb.^te luego son ig.^s los lad.^s H Y. y fC. y los G H.
DC. lo son (p.^r supoc.^n) y los ang.^s Comp.^dos C. y H. tamb.^n lue-
go (p.^n 4.^a) G Y. es ig.^l à DF. y el 3.^r ang.^o G. ig.^l al 3.^o
D. q. es lo 2.^o luego &c.^a

Propocicion 27.

Si una linea Recta cay.^do sobre otras 2. Rect.^s hiz.^n
los ang.^s altern.^s ig.^s las tal.^s Rect.^s ser.^n paralel.^s

Se-

Sean las Rect.s AB. CD. sobre ella caiga la Ef. nac.do los áng.s altern.s AGH. y GHD. ig.s entre si: Digo que los AB. CD. son parale.s p.s q. sino lo fueran concurr.n ásia álg.a p.te siendo álarg.s supong.e q. concur.n hasia las p.tes B y D. en él p.to K. y seria GKH. un triang.o de q.n él áng.o externo AGH. sera may.r q. él ynterno óp.to GHD. (p.n 16.) lo q. es contra lo sup.to luego las Rect.s AB. CD. no pued.n concur.r ásia las p.tes A y C. luego son paralel.s (def.n 34.) q. es Rect.do

Propocicion 28.

Si una linea Recta cayendo sobre otras 2. Rect.s haze él áng.o externo ig.l ál ynterno óp.to dela misma p.te ó los 2. yntern.s y dela misma p.te ig.s á 2. Rect.s las tal.s lin.s ser.n paralelas.

Sobre las Rect.s AB. CD. caiga la Recta Ef. haci.o él áng.o exter.o CHF. ig.l ál ynter.o óp.to dela misma p.te AGH. ó los 2. yntern.s AGH. CHG. y dela misma p.te ig.s á 2. Rect.s digo q. las Rect.s AB. CD.

son

son paralel: p.s q. el ang.o CHF. es ig.l a el AGH. (p.r sup.n) el CHF. es ig.l al vertic.l GHD (P.n 15.) lue-go el AGH. es ig.l al GHD (ax.a 1.o) p.o estos son ang.s altern.s luego (p.n 27.) las lin.s AB. CD. son paralelas que es lo primero.

Supon la 2.a q. los ang.s yntern.s AGH. CHG. son ig.s a 2. Rect.s (p.r sup.n) y los GHC. GHD. son tamb.n ig.s a dos Rect.s (P.n 13.) luego los 1.s son ig.s a los 2.s (ax.a 1.o) quitese de entramb.s p.tes CHG. y q. dar.n (ax.a 2.o) los ang.s alter-nos, AGH. y GHD. ig.s entre si; luego (P.n 27.) la li-n.s AB. CD. son paralel.s q. es lo 2.o luego &c.a

Propocicion 29.

Si una linea Recta cae sobre otras 2. Rect.s parale.s ha-ran los ang.s altern.s ig.s el externo ig.l al ynterno op.to de la misma p.te y los 2. ang.s yntern.s i de la misma p.te ig.s a 2. Rectos.

Caiga la linea EF. sobre las paralel. AB. CD. Digo q. los ang.s altern.s AGH. GHD. son ig.s p.r q. sino es-

es asi sera uno mayor que otro: sea por mayor el AGH. y añadese à entrambos por te el àngo HGB. y seran los 2. àngos AGH. HGB. mayores que los otros dos HGB. GHD. (axa 4o) pero los 2. 1s son igs à 2. Rectos (Pn 13) luego los 2. ultimos son menores que 2. Rectos luego las Rectas AB. CD. Concurren àscia las pte B y D. (axa 13) pero se suponen paralelas luego el àngo AGH. no es mayor que el GHD. ni tampoco menor porque se seguiria el mismo àbsurdo luego son igs que es lo 1o =

Digo lo 2o que el àngo CHF. externo es igl al ynterno opto dela misma pte AGH. porque esta demostrado que los àngs àlterns AGH. GHD. son igs tambn el àngo GHD. es igl à su bertical CHF. (Pn 15.) luego el àngo CHF. externo es igl àl ynterno opto AGH. que es lo 2o =

Digo lo 3o que los 2. àngs ynterns y dela misma pte AGH. CHG. son igs à 2. Rects porque esta demostra-

do-

do q. èl CHF. es ig.^s àèl AGH. añadase à entrambos p.^te èl âng.^o CHG. y q. daz.^n los dos âng.^s CHF. CHG. ig.^s àlos otros 2. AGH. CHG. (axo.^a 2.^o) p.^o los 2. 1.^s son ig.^s à 2. Rectos (p.^n 13.) luego tamb.^n los 2. ultimos son ig.^s à 2. Rect.^s (axo.^a 1.^o) q. son los ynterno.^s dela misma p.^te luego si una linea Rect.^a q. es Rect.^a

Proposicion 30.

Si 2. lin.^s Rect.^s son paral.^s à otra Recta, las 2. 1.^s ser.^n paralelas entre si.

Sean las lin.^s Rect.^s AB y CD. paral.^s àla EF. Digo q. las AB. Digo q. las AB. CD. son paral.^s p.^s q. p.^s ser la AB. paral.^a àla EF. (p.^s sup.^n) sera èl âng.^o exter.^o ELM. ig.^l àl ynter.^o op.^to y dela misma p.^te AYL. (P.^n 29.) y por ser tamb.^n paralela la CD. àla EF. (p.^s sup.^n) sera èl âng.^o ext.^o CMH. ig.^l àl ynt.^o op.^to y dela misma p.^te ELM. (p.^n 29.) luego èl CMH. àl AYL. (axo.^a 1.^o) èl ext.^o y

ig.l à su ynt.o op.to y dela misma p.te luego (prop.n 28.) las lin.s AB. CD. son paralel.s q. es lo q.e se Ynt.a

Propocision 31.

A una linea Recta dada, trazar una paralela por un p.to dado.

Sea la Recta dada AB. èl p.to dado C. desde èl tirese la CD. à qualq.r p.te dela linea (P.o 1.o) y sobre la DC. en èl p.to C. hag.se èl âng.o DCE y gual àl BDC. (propo.n 23.) y àlarguese la CE. àssia F. (P.o 2.o) Digo q. la CF. ès paral.a àla AB. p.s q. los âng.s DEC. BDE. son yg.s (por Construcc.n) y tamb.n son àltern.s luego (prop.n 27.) las Rect.s CF. AB. son paralel.s luego Ycta.a q. es Ynt.a

Propocision 32.

De qualq.r triang.o prolongado un lado èl àng.o externo ès ig.l àlos ynt.s op.tos y tod.s 3. ynt.s de qualq.r triang.o son ig.s à 2. Rectos.

En èl triang.o ABC. prolonguese èl lado BC. àssia D. (prop.n 20.) Digo q. èl âng.o ACD. ès y

ig.l à los ang.os A y B. por el p.to C. tirese la CE. para lela à la BA. (prop.n 31.) y será el ang.o ACE. ig.l al BAC. (prop.n 29.) y por la misma el ang.o ECD. ig.l al B. p.o el ang.o ACD. es ig.l à los ACE. ECD. (ax.a 19.) luego el ang.o ACD. es ig.l à los A y B.. (ax.a 1.o) q. es lo prim.o =

Digo lo 2.o q. tod.s 3. ang.s intern.s son ig.s à 2 Rect.s p.r q. esta demostrado q. el ang.o ACD. es ig.l à los ang.s A y B. añadase à entramb.s p.tes el ang.o ACB. y q. dará ACD. ACB. ig.s à los ACB. A y B. (ax.a 2.o) p.o los ACD. ACB. son ig.s à 2 Rect.s (prop.n 13) luego los ACB. A y B. son ig.s à 2. Rect.s (ax.a 1.o) q. es lo 2.o luego Trat.a q. es Rect.a

Corolarios

1. De àqui se ynfiere q. tod.s 3. ang.s junt.s de qual q.r triang.o son iguales à otros 3. ang.s de qual quier triang.o p.r q. siempre son ig.s à 2. Rectos.

2. Que un triang.o ysosel.s Rectang.o los ang.s sobre la vase son mitad.s de un Recto, esto es, de 45. grados.

Que

3. Que en un triang.º equil.º cada ang.º es la tercia p.te de dos rect.s o las 2. terc.s de un recto esto es de 60. grados.

4. Que qualq.r figura rectilinea contiene tantos ang.s rect.s men.s 4. como es el duplo delos lad.s q. con-ta la figura.

5. Que en qualq.r fig.a rectilinea los ang.s extern.s son ig.s à 4. rectos. = = = = = = = = = = = =

En la preced.te fig.a se demuestra los 2. ultim.s co-rolar.s la fig.a rectilinea ABCDE. tiene 5. lad.s duplicad.s son 10. quitan.º 4. q. dan 6. q. son los ang.s rect.s q. contie.e la fig.a p.r q. tom.do dentro qualquier p.to como F. y tirando rect.s alos ang.s como FA. FB. &c. (p.º 1.º) q. dara resuelta la fig.a en 5. triang.s p.º cada uno contiene 2. rect.s (prop.n 32.) luego tod.s junt.s seran 10. qui tenisede esto los ang.s form.s en F. q. son ig.s a

4=

4. Rectos (Coro.º dela prop.n 11.) luego los conteni.d. de las 5. Ret.s dela fig.a son ig.s à 2. Ret.s q. lo q. dize èl Coro.º 1.º)=

Para demostrar èl 5.to Coro.º àlarguense los lados dela fig.a àssia una p.te como AB. àssia H. BC. àssia Y. CD. àssia K. DE. àssia L y EA. àssia G (p.º 2.º) y sera cada uno delos àng.s yntex.s con su àdlacente ò de ynsep.s ig.s à 2. Ret.s (p.n 13.) èsto ès los àng.s ABC. CBH. ig.s à 2. Ret.s BCD. DCY. lo mismo como tamb.n CDE. K DE. y DEA. AEL. EAB. BAG. p.º esta dem.s trado q. los ynt.s son ig.s à 6. Ret.s luego los èxtern.s son ig.s à 4. Ret.s p.a q. tod.s yntern.s y èxtern.s juntos yguelan à 10. Rectos q. Ret.a

Proposicion 33.

Lineas Ret.s q. junt.n lin.s Ret.s ig.s y paralel.s y dela misma p.te son tamb.n ig.s y paralelas.

Se-

Sean ig.s y paral.s las Rect.s AC. BD. y junt.n las Rectas BA CD. Digo q. estas son ig.s y paralel.s tirese la diag.l BC. (p.o 1.o) y en los triang.s ABC. DBC. los lad.s AC. DB. son ig.s (p.s sup.n) BC. com.n à entramb.s y los âng.s alt.s ACB. DBC. ig.s (p.n 29.) q. son los comp.dos ig.s lad.s luego (p.n 4.a) AB. es ig.l à CD. y los ân g.s ABC. DCB. tamb.n ig.s p.o tamb.n son al t.s luego (p.n 27.) las Rect.s AB. CD. son paralel. y estan demostrad.s ig.s luego &c.a q. es &ct.a

Propocisiôn 34.

De todo paralelogramo los lad.s y âng.s op.tos son ig.s y la diag.l divide el paralelogramo en 2. triang.s igual.s

En el paral.ogramo precedente Digo q. los la dos y âng.s op.tos son ig.s y q. la diagonal BC. divide el paral.ogramo en 2. p.tes ig.s q. son los

los triang.s ABC. DCB. q. tien.n 2. ang.s ig.s à 2. ang.s comb.e à saber ACB. ig.l à su coalt.o DBC. y ABC. ygl. à su alt.o DCB. (p.n 29) y el lado BC. com.n à entramb.s luego (p.n 26.) los lad.s ACBD. y los AB. CD. op.tos à ig.s ang.s son ig.s q. es lo 1.o y el 3.o ang.o en A. ig.l al 3.o en D. y el ang.o ACD. comp.to de los ang.s ACB. BCD q. es lo 2.o y p.s q. en dhos. triang.s ay 2. lad.s ig.s à 2. lad.s comb.e à sab.r AB. AC. del uno ig.l à DB. DC. del otro y los ang.s en A. y en D. comp. de ig.s lad.s son ig.s luego (p.n 4.a) los dhos. trian g.los son ig.s q. es lo 3.o luego &c.a q. es. D.

(ig.l al ABD: comp.to del abc: es)

Proposicion 35.

Si 2. paralel.s gram.s tien.n la vase com.n y est.n entre unas mismas paralel.s son yguales.

Entre si;

Sean los paralel.s gram.s AC. y BE. q. tenga la va se

se BC. comⁿ y estⁿ entre las paralel.ˢ AF. BC. Digo q̂. son ig.ˢ p.ʳ q̂. las Ret.ˢ AD. BC. son ig.ˢ (p.ⁿ 34.) y tamb.ⁿ la EF. y BC. luego (axo.ᵃ 1.º) AD. es ig.ˡ à EF. añadase à entramb.ˢ p.ᵗᵉˢ DE. y q̂. daran (axo.ᵃ 2.º) AE. y DF. ig.ˢ p.º tamb.ⁿ AB. es ig.ˡ à DC. (p.ⁿ 34.) y BE. ig.ˡ à CF. luego (p.ⁿ 8.ᵇᵃ) el ang.º BAE. es ig.ˡ al CDF. y (p.ⁿ 4.ᵃ) el triang.º ABE. es ig.ˡ al CDF. y quitando de entramb.ˢ p.ᵗᵉˢ el DHE. q̂. daran los trapes.ˢ ABHD. y EHCF. ig.ˢ (axo.ᵃ 3.º) y añadiendo à entramb.ˢ p.ᵗᵉˢ el triang.º BHC. q̂. daran los paralel.ˢ gram.ˢ BD. y CE. ig.ˢ (axo.ᵃ 2.º) q̂. es Rct.ᵃ luego Rct.ᵃ

Proposicion 36.

Los paralel.ˢ gram.ˢ q̂. tienⁿ ig.ˢ bases y estan entre unas mism.ˢ paralel.ˢ son ig.ˢ entre si;=

Sean los paralel.ˢ gramm.ˢ AD. y FG. q̂. teng.ⁿ ig.ˢ vases CD. y EH. y esten entre las paralel.ˢ AG. CH. Digo. q̂. son ig.ˢ entre si tirense

las

las Rect.^s CE. y DG. (P.^o 1.^o) y p.^r q. CD. es ig.^l à FH (p.^r sup.^n) y tamb.^n FH. è ig.^l à EG. (P.^n 34.) serà CD. ig.^l à eG. (ax.^a 1.^o) p.^o tamb.^n son paralel.^s (P.^r sup.^n) luego las Rect.^s CE. DG. q. las junt.^n son (P.^n 33.) ig.^s y paralel.^s luego CG. ès un parale.^o grammo (def.^n 35.) y tiene la misma base CD. q. ès paralelo grammo AD. luego èstos 2. paralel.^o grammos son ig.^s (prop.^n 35.) tamb.^n lo son los paralelo grammos CG. EH. p.^r ten.^r la base EG. comun (P.^n 35.) luego los paralel.^o grammos AD. y EH. son ig.^s entre si (ax.^a 1.^o) q. ès Rect.^a luego Rect.^a

Propocision 37.

Los triang.^s q. tien.^n una misma base y èstan entre unas mism.^s paralel.^s son ig.^s entre si. =

Sean los triang.^s ACB. y DBC. q. tien.^n la vase BC. com.^n y est.^n entre unas mism.^s paralel.^s AD. BC. Digo q. son ig.^s alarg.^te la AD. hasia una y otra p.^te (P.^o 2.^o) y tir.^se la BE. paralela àla AC.

y

y la CE. paralela à la BD. (p.n 31.) y q. daran form.s 2.
paralelo grammo CE. BE. q. tienen la base BC. comun y estan entre las paralel.s CE. y BC. luego son
ig.s entre si (p.n 35.) p.o los triang.s ABC. DBC. son
mitad.s de dhos. paralelo gramm.s (p.n 34.) luego dhos.
triang.s son ig.s entre si (ax.a 7.o) q. es lo q. se dice luego &c.a

Proposicion 38.

Los triang.s q. tienen ig.s bas.s y estan constituidos
entre unas mismas paralel.s son yg.s entre si.

Los triang.s ABC. DEF. tengan las bas.s BC.
y EF. ig.s y esten entre las paralel.s AH. y BF.
digo q. son ig.s entre si tirese p.r el p.to C. la CG.
paralela à la AB. (p.n 31.) y q. la FH. paral.a à
la DE. p.r la misma y q. daran form.s 2. paralel.s
grammos BG. EH. q. tienen las bas.s BC. y EF.
ig.s p.r sup.n y estan entre las paralel.s AH. BF.
luego (p.n 36.) son ig.s entre si p.o los triang.s ABC.
DEF. son mitad.s de dhos. paralelo gram.s (p.n 34.)
lue-

luego los dhos. triang.s son ig.s (axo.a 7.o) q.e es lo q.e se pide.

Propocision 39.

Los triang.s ig.s constitui.s sobre una misma base y àsia la misma p.te est.n entre un.s mism.s paral.s

Los triang.s ABC. DBC. son ig.s teng.n una misma base BC. y est.n àsia la misma A y D. digo q.e si se tirà la Recta AD. p.r sus bertises sera paralela àla BC. p.r q.e si no es paral.a p.r èl p.to A. tirése si es posib.e la AE. paral.a à la BC. (p.n 31.) y àlarg.e la BD. hasta E. (p.o 2.o) y tire. la EC. (p.o 1.o) y p.r q.e los triang.s ABC. ebc. tien.n la vase BC. com.n y est.n entre unas mism.s paralel.s se r.n ig.s (p.n 37.) p.o èl triang.o ABC. es ig.l àl DBC. (p.r sup.n) luego èl triang.o EBC. ès ig.l àl DBC. (axo.a 1.o) èl todo àla p.te lo q.e p.r èl (axo.a 9.o) no puede ser luego tamp.o AE. puede ser paral.a àla BC. ni otra qualq.a q.e caiga àrriba dela AD. tirese tamb.n la AF. ~~[illegible]~~ paral.a àla BC.

(prop. 31.) y tireje la FC. (p.º 1.º) y los triang.s ABC. FBC. q. tienen la base BC. Com.n y est.n entre las parali.as AF. BC. son ig.s entre si (p.n 37.) p.º los triang.s ABC. DBC. son ig.s (p.n sup.n) luego el triang.º FBC. es ig.l al DBC (ax.a 1.º) la p.te à su todo q. p.r el (ax.a 9.º) no puede ser, luego tampoco puede ser AF paral.a à la BC. ni otra qualq.a q. caiga devaxo dela AD. esto probado q. no puede caer arriba luego so. la la AD. es paral.a ala BC q. es &c.a luego los triangulos &c.a

Proposicion 40.

Los triang.s ig.s Const.s sobre ig.s bas.s y assia la mis ma p.te, estan tamb.n entre un.s mism.s paralel.s

Sean ig.s los triang.s ABC. DEF. sobre ig.s bas.s BC. EF. y assia la mism.a p.te Digo q. la linea AD. q. passa p.r sus Vertic.s paral.a ala BF. p.r q. si no lo es tire.e p.r el p.º A. la AG. paral.a ala BF. (p.n 31.) y tireje la CF (p.º 2.º) y por q. los triang.s

ABC

ABC. GCE. tien.[n] ig.[s] bas.[s] y estn.[n] Entre 2. paral.[s] ser.[n] ig.[s] Entre si (p.[n] 38.) p.[o] los triang.[s] ABC. DCE. son ig.[s] (p.[a] sup.[n]) luego tamb.[n] los triang.[s] GCE. DCE. son ig.[s] entre si (ax.[a] 1.[o]) la p.[te] à su todo lo q̂. (ax.[a] 9.[o]) no p.[de] ser luego tamp.[o] p.[de] ser la AG. paral.[a] à la BE. ni otra qual.[a] q̂. caiga debaxo de la AD. tirese tamb.[n] p.[a] el p.[to] A. otra paral.[a] AH. à BE. (p.[n] 31.) y alarg.[se] la CD. hasta H. (p.[o] 2.[o]) y tire.[e] la HE. (p.[o] 1.[o]) y q̂. d.[n] 2. triang.[s] ABC. HCE. devasises ig.[s] y Entre unas mism.[s] paral.[s] luego son ig.[s] entre (p.[n] 38.) p.[o] los triang.[s] ABC. DCE. se sup.[n] ig.[s] luego (ax.[a] 1.[o]) los triang.[s] HCE. son ig.[s] Entre si el todo à su p.[te] lo q̂. (ax.[a] 9.[o]) no p.[de] ser luego tamp.[o] AH. p.[de] ser paral.[a] con BE. ni otra qual.[a] quiera q̂. Caiga encima de la AD. esta demostra.[do] q̂. tamp.[o] pu.[de] caer debaxo: luego sola AD. q̂. passa p.[r] los vertic.[s] del.[s] triang.[s] ABC. DCE. es paral.[a] à la BE. q̂. es l.[o] q̂.[a] luego &c.[a]

Proposicion 41.

Si un paral.º gramo tiene la misma base q. un triang.º y est.n entre un. mism. paral.s el paral.º gramo será duplo del triangulo.

Sea el paral.º gramo BD. y el triang.º BEC. q. tenga la misma base BC. y est.n entre las paralel.s AE. BC. Digo q. el paral.º gramo BD. es dup.º del triang.º BEC. tireze la diag.l AC. (p.º 1º) y ser.n los triang.s ABC. CBC. ig.s entre si (p.n 33.) p.º el paral.º gramo BD. es duplo del triang.º ABC. (p.n 32) luego tam.n es dup.º del triang.º EBC. (ax.a E) q. es &c. luego si un paral.º gramo &c.a

Proposicion 42.

Form.r un paral.º gramo ig.l á un triang.º dado, y q. teng.a un ang.º rectil.º ig.l á un ang.º rectil. dado.

Sea el triang.º ABC. y el ang.º rectil.º dado D. divida.e la BC. p.r medio en E (p.n 10.) y tireze la AE. (p.º 1º) y p.r A. la AG. paral.a á la BC. (p.n 31.) y sobre la CE. en E. form.e el ang.º CEF. ig.l al dado D. (p.n 23)

(p.ⁿ 23.) y p.ʳ C. tirese CG. paral.ᵃ à la CE. (p.ⁿ 31.) Digo q. èl paral.ᵒ gramo CF. es ig.ˡ àl Triang.ᵒ dado, AB. p.ʳ q. los Triang.ˢ ABC. AEC. q. tien.ⁿ ig.ˢ ba.ˢ y una misma àltura son ig.ˢ Entre si (p.ⁿ 38.) luego èl total ABC. ès dup.ᵒ del AEC. p.ᵒ tamb.ⁿ èl paral.ᵒ gramo CF. es dup.ᵒ del Triang.ᵒ AEC. (p.ⁿ 41.) luego èl paralel.ᵒ gramo CF. ès ig.ˡ àl Triang.ᵒ ABC. (ax.ᵃ 6.ᵗᵒ) y tiene èl ang.ᵒ CEF. ig.ˡ àl ang.ᵒ D. dado (p.ʳ Const.ⁿ) luego se ha Const.ᵈᵒ un paralelo gramo &c.ᵃ

Proposicion 43.

De todo paral.ᵒ gramo los Comp.ᵗᵒˢ del.ˢ paral.ˢ gramos Circa diametro son igual.ˢ Entre si.

Sea èl paral.ᵒ gramo BD. Digo q. los paralelo gramos BY. YD. Comp.ᵗᵒˢ de los paralel.ˢ Circa diamet.ˢ GE. FH. son ig.ˢ entre si p.ʳ q. los Triang.ˢ ABC. ADC. son ig.ˢ (p.ⁿ 34.) tamb.ⁿ p.ʳ la misma 1.ˢ Triang. AGY. AEY. son ig.ˢ y si se quit.ⁿ est.ˢ ultim.ˢ de los 1.ˢ q. dar.ⁿ los trapecios GYCB. EYCD. ig.ˢ Entre si (ax.ᵃ 3.ᵒ)

y ii Rect.s trapec.s se q.tan los triang.s YZC. à HC. q. son ig.s (p.n 34.) q. dan los paral.s BY. y YD. ig.s Entre si (ax.a 3.o) q. son los Comp.tos &c. luego de todo para el.o gramo &c.a

Proposicion 44.

Sobre una linea Recta dada form.r un paral.o gramo ig.l à un triang.o dado en un àng.o Rectil.o y q. à un àng.o Rectil.o dado.

Sea la linea dada A. el àng.o Rectil.o B. y el triang.o dado M. y form.e el paral.o gramo CE. ig.l al triang.o M. en el àng.to CDE ig.l al àng.o dado B. (p.n 42.) àlarguese el lado EC. hacia G. y el lado CD. hasta H. (p.o 2.o) y tom.e DH. ig.l à la Recta dada A. (p.n 3.a) y p.r H. tire.e la HG. paral.a à la DE (prop.n 31.) y tirese el diametro GD. (p.o 1.o) y àlarg.e hacia Y (p.o 2.o) y p.r el mismo la EC. hasta Y. y p.r Y. tire.e la YL. paral.a à la CH. (p.n 31) y àlarguese la ED. hasta K. y la GH. hasta L. (p.o 2.o) Digo q.

q. el parall.º gramo KH. es el q. se pide p.s q. los pa ral.º gram.s CE. KH. son ig.s (p.n 43.) p.º el CE. es ig.l al triang.º A. dado p.r Const.n luego tamb.n el KH. es ig.l al triang.º A. (ax.a 1.º) la recta DH. es ig.l à la dada A. (p.r Const.n) y el ang.º KDH. es ig.l al CDE. (p.n 15.) y el CDE. es ig.l al ang.º B. dado (p.r Const.n) el KDH. es tamb.n ig.l al dado B (ax.a 1.º) luego se ha construido un &c. q. es &c.

Proposicion 45.

Construir un parall.º gramo ig.l à una fig.a rectilinea, sobre una recta dada con un ang.º rectilineo ig.l à otro ang.º recti lineo dado.

Sea la fig.a dada AB. la recta dada DC. y el an g.º dado C. tirese en la fig.a rectil.a la diag.l LK. y q. dara dibidid.a en 2. triang.s y sobre la DC. en el ang.º DEG. ig.l al ang.º C. form.e el paral.º gramo CE. ig.l al triang.º B. (p.º 44.) y p.r la misma sobre la EG. en el ang.º EGZ. ig.l al ang.º C. form.e el pa

paral.° gramo GH. ig.l al triang.° A. Digo q. CH.
es paral.° gramo q. se pide p.r q. los ang.s DEG.
EGI. son ig.s (p.r Const.n) cada uno al ang.° C.
luego tamb.n entre si (ax.a 1.°) añadase à entram
b.s el ang.° EGC. y q. dar.n los 2. ang.s DEG. EGC.
ig.s à los 2. EGI. EGC. (ax.a 2.°) p.° los 2. 1.s son ig.s
à 2. Rect.s (prop.n 22) luego tamb.n los 2. ultim.s (ax.a 1.°)
luego las 2. Rect.s CG. GI. Comp.n una misma Recta.
(p.n 14.) tamb.n los ang.s DEG. FHI. son ig.s à sus
Op.tos (p.n 34.) p.° los Op.tos est.n demostrad.s ig.s luego
tamb.n los ang.s DEG. FHI. son ig.s entre si a-
ñadase à entramb.s GEH. y q. dar.n los 2. GEH.
ig.s à los 2. DEG. GEH
FHI (ax.a 2.°) p.° los 2. 1.s son ig.s à 2. Rect.s (p.n 29.) luego
tamb.n los son los 2.s luego las Rect.s DE. EH. Comp.n
una misma Recta (p.n 14) p.° la CG. es paral.a à la DF.
(p.n 34) luego toda la CI. es paral.a à la DH. tamb.n
los DC. y HI. son paral.s à la EG (p.n 34.) luego
la

la DE. es paral.[a] à la AZ. (p.n 30) luego CH. es un paral.o gramo (Def.n 35. Comp.tos de los 2. paralel.s gram.s EF. y GH. (Ax.a 19.) p.o EF. es ig.l al triang.o B. y el GH. al triang.o A. (p.r const.n) luego el paral.o gra-mo CH. es ig.l al Rectilineo dado BA. y esta form.do sobre la Recta dada XE en el ang.o DEZ. ig.l al ang.o dado C. q. es &c.a

Proposicion 46.

Sobre una linea Recta dada formar un quadrado.

Sea la Recta dada AB. del Extremo A. levant.e la per-pend.r AC (p.n 11.) Cort.e AC. ig.l à AB. (p.n 3.a) y p.r C. tirese la CD. paral.a à la AB. (p.n 31.) y p.r las misma BD. paral.a à la AC. digo q. AD. es un qq.do p.r q. los lados AB. AC. son ig.s (p.r Const.n) y sus opuest.s ig.s (p.n 34.) luego todos 4. lad.s son ig.s el an-g.o A. es Recto (Def.n 10.) y los ang.s AC. ig.s à 2. Rec-tos (p.n 29.) luego el ang.o C. tamb.n es Recto y sus o-

Op.to ig.l (p.n 32.) luego todos los ang.s rect.s son ig.s y todos los lados ig.s luego AD. es un q.do (def.n 29.) y esta form.o sobre la recta dada AB. q. es lo q.e

Corolario

De aqui se sig.e q. los q.dos ig.s estan form.s sobre rect.s ig.s y al contrario si las rect.s son ig.s los q.dos q. sobre ella se forman seran iguales.

Proposicion 47.

En qualq.r triang.o rectang.o el q.do q. se descri ve, de el lado op.to al ang.o recto es ig.l a los q.q.s q. se describen de los otros 2. lad.s q. comp.den el ang.o recto.

Sea el triang.o ABC. y el ang.o recto B. forme sobre la recta AC. el q.do AE. y sobre AB. el q.do AG. y sobre BC. el q.do BY. (p.n 46.) Digo q. el q.do AE. es ig.l a los q.q.s AG. BY. p.r el p.to B. tirese la BK. paral.a a la AD. (p.n 31.) q. cort.a a la AC. en L. y tir.se las rect.s BD. BE. AY. CZ. (p.o 1.o) y

y p.r q. èl ang.o ABC. ès Recto p.r sup.n y èl CBH. tam.
b.n Recto (Def.n 29.) luego las lin.s AB. BH. Comp.n una
misma Recta (p.n 14.) p.o la CZ. ès paral.a àla BH.
(Def.n 29.) luego la CZ. ès paral.a àla ABH. del
mismo modo se dem.tra q. la AE. ès paral.a àla GBC.
y por q. los ang.s EAB. DAC. son Rect.s en los qq.s
Def.n 29. luego (àx.a 12) son ig.s Entre si, añad.e à
entramb.s p.s èl ang.o BAC. y q. dar.n (àx.a 2.o) los
ang.s EAC. BAD. ig.s y p.r q. los triang.s BAD.
EAC. tien.n 2. lad.s ig.s à 2. lad.s èsto ès AB. ig.l à EB.
y AD. ig.l à AC (Def.n 29.) y los ang.s EAC. BAD.
ig.s p.r demost.n luego (p.n 4.) los dhos. triang.s son
totalm.te ig.s Entre si p.o èl triang.o EAC. ès mitad
del qq.o AG. y èl triang.o BAD. mitad del para
l.o gramo DL. (p.n 41) luego èl paral.o gramo DL.
ès ig.l àl qq.o AG. (àx.a 6.to) del mismo modo se de
muest.a q. èl Rectang.o CL. ès ig.l àl qq.o CH. lue.
go los dos Rectang.s DL. CL. son ig.s àlos qq.s AG.
CH:

CH. pero los dos Recto. DL=KC= son yg.s al qq.do DC= (ax.a 19) form.s sobre la Recta AC= lado ô puesto al ang.lo Recto B= luego tamb.n el qq.do DC es ygl. a los qq.dos AG= CH= formad.s sobre los lad.s AB=BC= q. forman el ang.lo Recto B= q. es Hc.a luego Hoc.a - - - - - - - -

Proposición 48=

Si el qq.do que se describe de un lado de un triang.lo es ygual â los qq.dos que se descriven de los otros dos lados, el angulo Contenido de estos será Recto.=

En el triang.lo ABC= sea el qq.do de la AC ygal â los qq.dos de las AB=BC= Digo que el ang.lo ABC= es Recto. Del punto B= lebant.e BD= perp.r â la BC (P.n 11=) tom.e BD= ygl. â AB= (P.n 3.a) y tirese DC= (P.do 9.o) y por q. los lados AB=BD= son yg.s por construcción sus qq.s seran, yg.s (P.n 46=) añadase â entrambas part.s el qq.do de la BC= y serán los qq.s de la AB=BC= yg.s a los qq.s de las DB= y BC= (ax.a 2.o) pero el qq.do de la AC es ygl. a los qq.s de las AB= y BC= por supoc.n luego tamb.n es-

es, yqual â los qq.^dos de las DB: y BC: (ax.^a 1.^o) pero el qq.^do de la DC: es yqual â los qq.^s de las DB: y BC: (p.^n 47.) luego el qq.^do de la AC: es yqual al qq.^do de la DC: (ax.^a 1.^o) luego las lineas AC: DC: son yquales son yquales (p.^n 46.) y por que los triang.^s ABC: DBC: tienen tres lados yquales, â tres lados, Cada uno â saber AB: yqual â DB: por const.^n BC: com.^n y AC: yq.^l â DC: por demonstracion luego (p.^n 8.^a) el angulo ABC: es yqual al DBC: pero este es Recto por const.^n luego el ABC: tamb.^n es Recto (ax.^a 1.^o) luego si el quadrado que es &c.^a

Fin del Libro primero.

Li-

Libro Segundo=

De los Elementos De Euclides

Definicions

1ª todo paralelogramo se dize estar de 2. lins. Rectas q. comprehenden el ang.º Recto, el paralelogramo ABCD. se dize estar Cont.º de las Rect.s AB=AD. ó de las Rect.s DC. CB. p.r q. det.s est. esta determinado el paralelogramo p.r q. en el los lad.s op.tos son ig.s siempre q. se dixere Rectang.º se deve entender paralelogramo Rectang.º cuyos 4. ang.s son Rect. de q. ai 2. especies q. son el qq.do y el quadrilongo=

Si se determ.a el bal.r de l.s dos lin.s Rectas q. form.n el ang.º Recto si se multiplica una p.r otra el producto sera el balor del Rectang.º=

2.ª De todo paralelogramo qualq.ra de los q. cont.n el diametro con los dos Comp.tos se llama gnomon=

En el paralel.º gramo prese.te ABCD. sea Rectan

tang.º ò no dividido con èl diam.º AC. y las pa-
ral.s EG-HZ. en èl p.to E. èl paral.º gramo GZ. con
los 2. Comp.tos AG-EZ. sellama gnomon como lo
dem.tra èl Circu.º q. passa p.r dhos. paral.s gram.s =
todos los Theorem.s de este libro se demostrar.n p.r
numer.s desp.s dela demost.n p.r lin.s p.a may.r com-
prehencion de ellos.= ————————

Proposicion 1.ª

Si ày 2. lin.s Rct.s y una de ella se corta en qua-
lesquier p.tes èl Rctang.º Conte.º delas dos lin.s Rct.s
ès ig.l àlos Rctang.s Cont.s dela ènteza y de ca-
da una dela p.s cortad.s =

Sean las lin.s Rct.s dad.s AB. AC. Corte.se la AB.
en las p.tes AD. DE. EB. Digo q. èl Rctang.º dela
AB. y dela AC. ès ig.l àlos Rctang.s dela Entera
AC y dela p.te AD. dela Ente.a AC. y delas
p.te DE. dela Ent.a AC. y dela p.te EB. sobre-
la AB. en èl Extremo A. pong.e perp.r la AC.

(p.n 11. de 1.º) y p.r C. tirese vna paral.a CH. àla
~~AB. (p.n 31. del 1.º) y p.r los p.s B.C.D. tirense à~~
~~la AC. vna paral.s ... y DE. y p.r la mis-~~
~~ma y sera AH. (p.n ...)~~ y p.r C. tirese la pa-
ral.a CH. àla AB. (p.n 31. del 1.º) y p.r los p.s B.C.D.
tirese àla AC. las paral.s BA. CG. y DE. p.r la
misma y sera AH. el Rectang.º cont.º delas dos Rec-
tas dad.s AB. AC. (def.n 1.a deeste) y tamb.n AE. se-
ra el Rectang.º dela AC. y AD. (def.n 1.a deste) y p.r
q. las DE. y CG. son ig.s àla AC. (p.n 34. del 1.º) sera
DG. el Rectang.º cont.º delas AC. y DC. y el CH. sera
el cont.º del.s AC. y CB. p.º est.s 3. Rectang.s son ig.s
àl Rectang.º AH. (ax.a 19.) luego si ay dos lin.s Rect.s &c.

En numeros

Balga AB. 24. y la CA 8. su Rectang.º 192. es ig.l à
los Rectang.s de AC. 8. y decada una del.s p.tes dela
AB. q. son AD. 11. DC. 8. y CB. 5. q. ser.n el de 8. p.r 11.
88. es el de 8. p.r 8. 64. el de 8. p.r 5. 40. y tod.s 3. Rectang.s
ym-

Proposicion 2.ª

Si una linª Recta se corta como q.ª los Rectang.s Conteni.s del todo y de cada una de sus p.tes son ig.s à los qq.dos de la toda=

Sea la linª dada AB. cort.e como q.e en C. y sobre ella form.e èl qq.do AE. (p.on 46. del 1.º) y p.r C. tir.e la CF. paral.ª à la AD. (p.n 31. 1.º) digo q.e los Rectang.os ACF. son ig.s al qq.to AE. p.r q.e AC. està Cont.º dela AD. ig. à la AB. (def.n 29. 1.º) y de la p.te AC. (def.n 1.ª deste) y èl Rectang.º CE. està Cont.ª dela BE. ò su ig.l AB. (def.n 29.1.º) y de la p.te CB. def.n 1.ª deste p.º estos 2. Rectang.s son ig.s àl qq.º AE. (ax.ª 19.) luego si una &c.

En Numeros

Salga AB. 12. divid.e en la AC. 8. y CB. 4. y serà èl Rectang.º de AB. 12. p.r CB. 4. q.e es 48. ig.l à l qq.do de AB. 12. q.e ès 144.=

Proposicion=3.ª

Si

Si una lin.ª Recta se corta como quiera el Rectang.º dela toda y de una de sus p.tes es ig.l al Rectang.º de las p.tes junt.o con el qq.do dela p.te tom.a p.a form.r el Rectang.º =

Sea la lin.ª dada AB. cort.a como qui.a en C. y so- bre AC. form.e el qq.do AD. p.r la (46. 1.º) y alarguese el lado ED. hacia C. (p.º 2.º) y p.r B. y C. las pa- ral.s BC. CD. ala AE. (p.r 31. 1.º) y sera la BC. ig.l à DC. (p.r 34. 1.º) ò la AC. su ig.l (def.n 29. 1.º) y el Rec- tang.º CE. cont.º dela AC. y CB. (def.n 1.ª 2.º) Digo q.e este Rectang.º junto con el qq.º AD. de AC. son ig.s al Rectang.º AE. cont.º delas AB. y delas AC. p.r q.e el qq.º AD. junto con el Rectang.º CE. son ig.s al Rectang.º AE. (ax.ª 19.) luego si una linea Recta se Corta &c.=

En Numeros.

Balga la AB 18. divida.e en C. y sea AC. 11. y CB. 7. ... el Rectang.º 18. p.r 11. q.e son 198. ig.l al Rectang.º de

de 11. p.^r 7 q. es 77. jun.^o con el qq.^o de 11. q. es 121. y uno y otro haz.^n 198.

Proposicion 4.^ta

Si una lin.^a recta, se cort.^a como q.^a el qq.^o de la toda es ig.^l à los qq.^s de l.^s p.^tes y à dos rectang.^s de la misma.

Sea la lin.^a AB. divid.^e en C. sobre ella form.^e el qq.^o AD. (p.^n 46. 1.^o) y tir.^e la diag.^l CB. (p.^o 1.^o) y p.^r C. tire se la CH. paral.^a à la AC (p.^n 31. 1.^o) q. cort.^a à la diag.^l en O. y p.^r O. tirese la GE. paral.^a à la AB. p.^a la misma y será el qq.^do AD. ig.^l à los qq.^s GH. CE. de las p.^tes y à los rectang.^s AO. y OD. de las mism.^s p.^r q. el ang.^o externo CGO. es ig.^l al ynter.^o op.^to CAB (p.^n 29. 1.^o) p.^o este es recto p.^r la misma luego el ang.^o CGO. tamb.^n es recto (ax.^a 1.^o) p.^o el ang.^o GCO. es semi recto (p.^n 5.^a 1.^o) p.^r q. los lados CA. y AB. son ig.^s (def.^n 29. 1.^o) luego el ang.^o COG. tamb.^n es semi recto (p.^n 32. 1.^o) luego son ig.^s (ax.^a 5.^o) luego los lad.^s CG. y GO. son ig.^s (p.^n 6.^ta 1.^o) y sus op.^tos HO. HC. son tamb.^n ig.^s à ellos (p.^n 34. 1.^o) luego to.^s 4. lad.^s

son

son igl.^s y p.^r q.^e el ang.^o CGO. es Recto p.^r demostra.^n y q.^e GH.

tamb.^n es Recto en qq.^do (def.^n 29. 1.^o) y los ang.^s op.^tos HO.

HOG. son igl.^s à ell.^s (p.^n 14. 1.^o) seran tod.^s los ang.^s Rect.^s

luego GH. es qq.^o (def.^n 29. 1.^o) p.^o GO. es igl.^l à AC (p.^n 34. 1.^o)

luego el qq.^do GH. es el qq.^do dela AC. del mismo mo-

do se dem.^a q.^e CE. es qq.^do y es dela CB. y q.^e da q.^e de-

mostra.^n q.^e los Rectang.^s AO. FH. son del.^s Rect.^s AC.

y CB. p.^r q.^e el Rectang.^o AO. esta Cont.^o delas AC. CO.

(def.^n 1.^a del 2.^o) p.^o esta es igl.^l a CB. (def.^n 29. 1.^o) luego

es a cont.^o dela AC. CB. el HE. esta Cont.^o dela

HO. CE. (def.^n 1.^a 2.^do) y la HO. es igl.^l àla GO (def.^n 29. 1.^o)

y esta àla AC. p.^r dem.^n y la CE. igl.^l àla CB. (def.^n 29. 1.^o)

luego tamb.^n el EH. esta Cont.^o del.^s pies. AC. CB.

p.^o estos 2. Rectang.^s junt.^s con los qq.^s GH. CE. son igl.^s

al qq.^do AD. (axo.^a 19.) luego si una &c.^a

En Numeros.

Sea el bal.^r dela AB. 18. divid.^a en C. y balga AC. 10

y CB. 8. y sera el qq.^do dela AB. 324. igl.^l àlos qq.^s AC

de AC. 100. y de CB. 64. son dos rectang.s de AC. p.r CB. q.e cada uno bale 80. y amb.s 160. q.e con los 2. qq.s antecedes. 100. y 64. ymp.tan lo mism.o 324.

Corolarios.

1.º De aqui se sig.e q.e en los qq.dos los paral.ogramo p.r q.n es passa el diam.o son qq.s p.r q.e esta demost.o q.e los paral.ogramo G.H. CF. son qq.s =

2.º Tamb.n se sig.e q.e la diag.l en un qq.do corta los ang.s en 2. mitad.s p.r q.e esta demost.do q.e los ang.s ACB. ABC. son semi-rectos.

3.º Sig.se tamb.n q.e si una lin.a recta es dupla de otra el qq.do dela dup.a sera quadrup.o del qq.do dela media p.r q.e si el AB. estub.a corr.a p.r medio seria d qq.do delas AB. como esta dho. 324. y el qq.do dela mit.d 81. q.e es la 4.a p.te de 324. y en este caso los 2. qq.s delas p.tes ymp.n 162. y los 2. rectang.s dela misma p.tes tamb.n ymp.n 162. y assi los 2. qq.s con los 2. rectang.s q.e hazen 4. quadrad.s ymp.n 324. =

Pro-

Proposición 5.ª

Si una lin.ª recta se corta en dos p.tes ig.s y en dos desig.s el rectang.º cont.º delas p.tes desig.s dela toda junt.s con el qq.º dela p.te yntermed.ª es ig.l al qq.º q. se form.ª dela mitad.

Corte.e la lin.ª AB. p.r medio en C. y p.tes desig.s en D. sobre la CB. form.e el qq.do CE. (p.n 46. del 1.º) y tire.e la diag.l CF. y p.r D la paral.ª DG. ala CE. (p.n 31. del 1.º) q. cort.a ala diag.l en H. p.r donde se tirar.ª la paral.ª ZL. ala AB. (p.n 31. del 1.º) y p.r A la AL. paral.ª ala CE. Digo q. el rectang.º AH. delas p.tes desig.s junto con el qq.º MG. dela p.te ynt.dia es ig.l al qq.do CE. form.º dela mit.d p.r q. los rectang.s MG. DZ. p.r q.n es pasa el diam.º en el qq.º CE. son qq.s (Corol. 1.º dela 4.ª) y el rectang.º AH. está cont.º delas p.tes desig.s AD. i DB. ô de su ig.l de H. y el qq.º MG. será dela p.te ynt.dia CD. p.r los rec-tang.s CH. HE. son ig.s entre si (p.n 43. 1.º) lue-
go.

p.º añad.º el qq.do DZ. à cada uno qued.n los Rectang.s CZ. DF. ig.s (ax.a 2.º) p.º los Rectang.s AM. CZ. son ig.s (p.n 36. del 1.º) luego el Rectang.º AM. es ig.l al DF (ax.a 1.º) y añad.º à entramb.s p.te el Rectang.º CH. q. darà el Rectang.º à AH. ig.l al gnomon señal.do con el Circulo. (ax.a 2.º) y p.r el mismo à hav.iendo à entramb.s p.te el qq.do MG. q. darà el Rectang.º AH. delas p.tes desig.s junto con el qq.do MG. dela p.te ynt.dia ig.l al CF. dela mit.d &c.

En Numeros

Balga la AB. 18. divida.e p.r medio en C. y serà AC. 9. y lo mismo CB. divi.te tamb.n en D. en p.tes desig.s y serà AD. 12. y DB. 6. y serà la p.te ynt.dia CD. 3. y su qq.do 9. y el Rectang.º de, A. 12. p.r DB. 6. 72. q. jun.º con el qq.do 9. haz.n 81. q. es el qq.do dela mit.d CB. 9.

Proposicion 6.ta

Si una Lin.a Recta se corta p.r medio y se aña.de direc-
ta-

tam.te otra Recta, el Rectang.o Cont.o dela toda ~~con la añad.a~~ y el dela añadida, junto con el qq.o q. se forma dela mitad es ig.l à el qq.o form.do dela mit.d y dela añad.a como de una.

Sea la lin.a AB. divid.se p.r medio en C. y aña-
dase directam.te la BD. y sobre la CD. form.e el
qq.do CE. (p.r 46. 1.o) tir.e la diag.l ED. y p.r B.
la BG. paral.a àla CE. (p.r 31. 1.o) q. corta al dia-
metro en el Z. y p.r Z. tir.e la paral.a HL. àla
AD. y p.r A. la ~~paral.a~~ AL. paral.a ala CE (p.r 31. 1.o)
Digo q. el Rectang.o AH. Cont.o dela toda con la
añad.a y dela añad.a junt.o con el qq.o KG. dela
mit.d es ig.l al qq.do CE. form.o sobre la DC. comp.a
dela mit.d y dela añad.a como de una p.r q. los
Comp.tos CZ. ZE. delos paral.ogramo circa-dia-
met.s son ig.s (43. 1.o) Tamb.n los paral.ogramos
AK. CZ. son ig.s (p.r 36. 1.o) luego los paral.o
gramos AK. ZE. son tamb.n ig.s (ax.a 1.o)
añad

añadase à entramb.s p.r el paral.o gramo CH. y q.e dara èl paral.o gramo AH. y èl gnomon KD. señalad. con èl Circulo ig.s Entresi añadase tamb.n à uno y otro èl qq.di KG. y q.e dara (a ro.a V.e) èl paral.o gramo AH. con el qq.do KG. ig.l àl qq.do CZ. p.o èl paral.o gramo AH. èsta cont.o dela AD. q.e es la toda con la añadida y de la DH. q.e es ig.l àla añad.a BD. ig.l àl qq.do AG. èsta form.o sobre la KZ ig.l àla CB. y èl qq.o CZ. èsta form.o sobre la CD. Comp.a dela mit.d y la añad.a luego si una lin.a Recta se Corta &c.

En Numeros

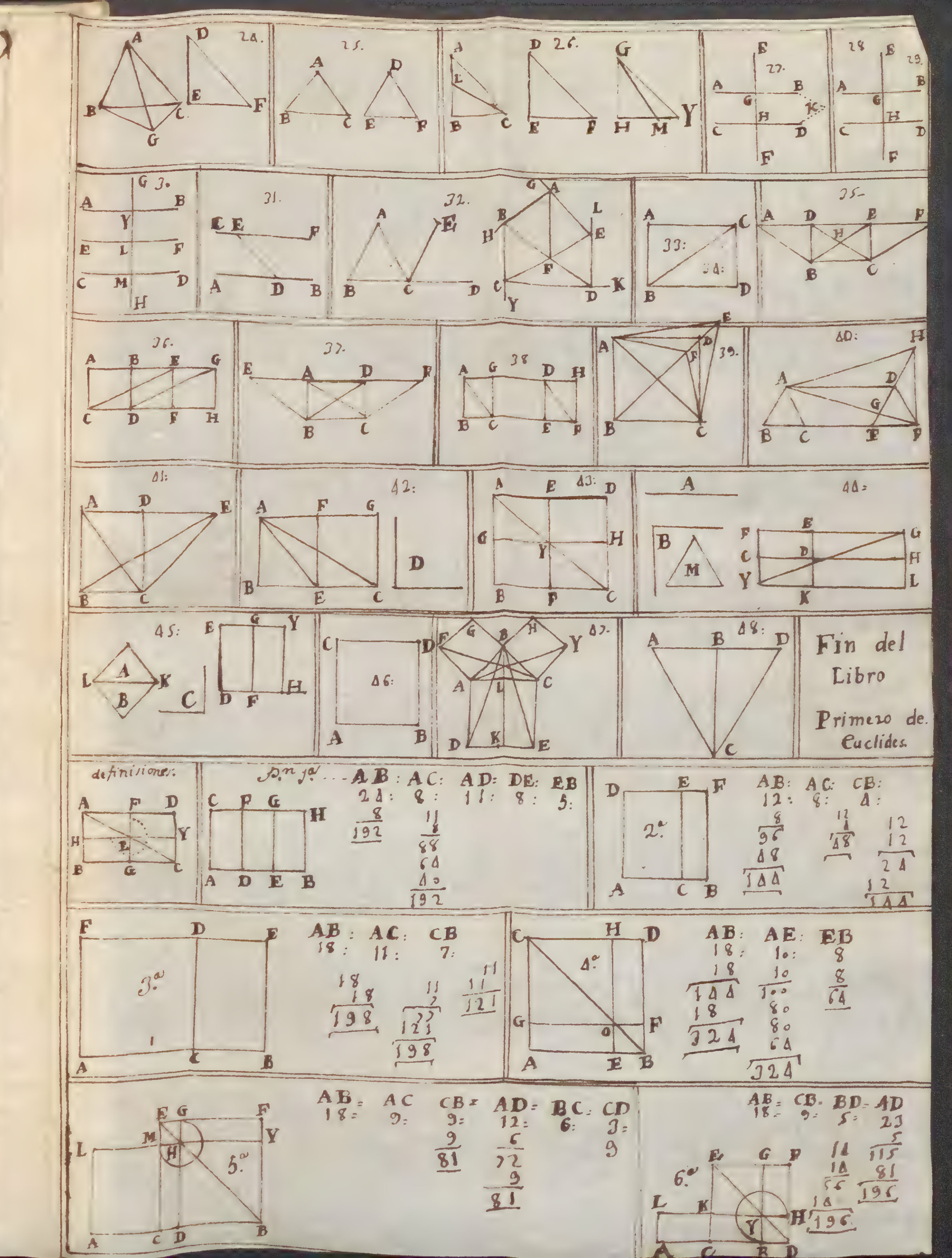
Sea la lin.a AB. 18. part. p.r medio en C. y serà CB. 9. añad.e direct.te la DB. 5. y sera toda la AD. 23. y multip.do p.r BD. 5. produc.n 115. y Junto con èl qq.do deCB. q.e es 81. ymp.ta 196. q.e es ig.l à èl qq.do de CD. Comp.o de CB. 9 y BD. 5. q.e son 14.=

Pro-

Proposicion 7.a

Sumo linea recta se corta como quiera; el qq.do dela toda, y deuna sus partes, juntos, son iguales ados retang.s contenidos dela toda, y dela otra parte, y al qq.do dela otra parte.

Sea la linea dada AB: dividase como quiera en C: sobre la AB: formese el qq.do AE: (P.a 46.1.) y tirese la diagonal DB: y por C: la paralela CH: ala BE: (P.a 31.1.) que cortara ala diagonal en K: por donde se tirara la paralela YG: ala AB: (porlomismo) Digo que el qq.do AE: dela toda, junto con el qq.do YK: dela parte AC: son iguales a dos retang.s contenidos dela toda AB: y dela parte AC: junto con el qq.do CG: dela otra parte CB: por que en el qq.do AE: los retangulos YH: CG: por quienes pasa el diametro, son qq.s (cor.o 1. dela 4. d.te) y por que YK: es igual a AC: (P.a 34.1.) sera el qq.do YK: dela parte AC: y el retangulo AK: contenido dela DA: igual ala AB: (P.a 29.1.) y dela AC: estara contenido dela AB: y dela AC: como tambien el retangulo YE: con-



contenido dela DE= ô de su igual AB= y dela DY= ô de su igual YH= ô de su igual AC= (Dn. 29=1= y Pn. 34.) luego estarà tambien contenido delas AB= y= AC= pero estos dos Retang.s AF= YC= son iguales al gnomon CDG= señalado conel circulo, y al qq.do YH= y añadiendo aentrambas partes el qq.do CG= quedaràn los dos Retang.s YC= AF= junto conel qq.do CG= iguales al qq.do AE= agregando aeste el qq.do YH. &c.a=

En numeros.

Sea la AB=18= dividase en AC=12= y CB= serà 6= el qq.do de AB=18= es 324= el qq.do de AC=12= es 144= y ambos importan=468= el Retangulo de AB=18= por AC=12= es 216= duplicado importa=432= y junto con el qq.do CB=6= que es 36= hacen=468= q.e es &c.a

Proposicion 8.

Si una linea Recta se corta como quiera, el Retangulo quatro vezes contenido dela toda, y de una sus partes, junto conel qq.do dela otra pte.

son

son yg.^s al qq.^do dla toda, y dla dha parte pri-

meramente tomada; como deuna.

- - - - - - - - - - - - - - -

Sea la linea dada AB= cortada como quiera en

C= y alarguese aña BD= (P.º 2.) y cortese BD= igual

à CB= (3.p.1.) y sobre AD= formese el qq.^do AF (46.p.1.)

tirese la diagonal ED= y por los puntos C= y B=

las paralelas CG= BH= àla AC= (31.p.1.) que cort.^xà

àla diagonal en los puntos L= Y= por ellos tiren-

se las paralelas MR= OP= àla AD= (31.p.^o 1.)

Digo que el Retangulo AY= contenido dla toda

AB= y dla parte BC= quadruplicado, junto con el

qq.^do PG= dla otra pte. AC= es yg.^l al qq.^do AF= for-

mado sobre la AD= compto dla toda AB= y

dla añadida CB= como de una; porque en el

qq.^do AF= los Retang.^s PG= XH= LR= BM= por que-

nes para el diametro ED= son yg.^s (1. c.º 4 p.^to)

y porque la PL= es igual ala AC= (34.p.1.) el

qq.^do PG= serà dla AC= y porque el Retangulo

AY=

AZ= esta formado dela AB= y dela BZ= igual ala BD (29. Dn. 1.) y esta es igual âla BC= por cont. estarà contenido el Rectangulo AZ= delas Rectas AB= BC= y siendo la XH= igual âla AZ= (29. Dn. 1.) y esta ala AB= (34. p. 1.) serà el Rectangulo ZF= contenido dela ZH= y dela ZM= igual âla DB= ô ala BC= su igual, contenido delas AB= BC= y seràn iguales dhos. Rectang. pero tambien el Rectangulo XR. es igual al Rectangulo AZ= = (36= p. 1.) y està contenido dela XZ= igual âla AB= y dela ZR= igual â QZ= ô ala CB= (34= p. 1.) luego tenemos tres Rectang. iguales contenidos delas AB= y BC= queson AZ= XR= y ZF= y porquelos qq. LR= BM= son iguales (46. p. 1.) si aenti ambas partes se añade el Rectangulo LH= quedarà el qq. BM= junto conel Rectangulo LH= igual al Rectangulo LH= (2. ax.) pero este Rectangulo LH= es igual al Rectangulo ZF= (36= p. 1.) luego tambien el qq.

BM=

BM= junto con el Rectangulo LH= es ygual al Rectangulo de la AB= por la CB= luego los cinco Rectang.^s AZ= AR: YF= BM= LH= que componen el gnomon PDG= señalado con el circulo, junto con el qq.^do PG= de la otra parte AC= son iguales al qq.^do AF= formado de la toda AB= y de la añadida BC= como de una: esto es, sobre la AD= &c.^a

En numeros.

Sea la AB= 18= y la añadida que valga la AC= 15= y CB= 3= y= BD= otras 3: el Rectangulo de 18= por 3= es 54= y quadruplicado vale 216= y el qq.^do de 15= es 225= que juntos con 216= hacen 441= que es igual al qq.^do AD=21=

Proposicion 9.^a

Si una linea recta se corta en dos partes iguales y en dos desiguales, los qq.^s de las ptes. desiguales juntos, son el duplo de los qq.^s que se forman, el uno de la mitad, y el otro de la pte. intermedia.

sea

Sea la linea dada AB: y esté dividida por medio en C: y en dos partes desiguales en E: Digo que los qq.s de las AE: EB: juntos, son dupl.os de los qq.s de las AC: CE: Del punto C: levantese la CD: perp.r á la AB: (11. p. 1.) y cortese CD: igual á AC: (3. p. 1.) y tirense las AD: BD: y por E: la EF: paralela á la CD: (31: p. 1.) y por F: la FG: paralela á la AB: (31. p. 1.) y tirese la AF: y porque en el triangulo ACD: los lados AC: CD: son iguales por construcion los ang.s CAD: CDA: son ig.s (5. p. 1.) pero el angulo ACD: es recto (10. d. 1.) luego los otros dos: CAD: CDA: son semi rectos (32. p. 1.) del mismo modo se demuestra que los angulos CDB: CBD: son semi rectos; y porque el angulo DGF: es igual al DCB: (29. p. 1.) y este es recto por const.n luego el DGF: tambien es recto (1. ax.) pero el GDF: esta demonstrado semi recto luego el GFD: tamb.n es semi recto (32. p. 1.) luego son ig.s (7. ax.)

lu-

luego los lados GF: GD: son iguales (6. p. 1.) del mismo modo se demuestra que los lados FE: EB: del triang.lo FEB: son ig.es y porque en el quadrado ACBD: los lados AC CD: son ig.es sus qq. seràn ig. (46. p. 1.) luego el qq. de la AD: es igual a los qq. de las AC: CD: (47. p. 1.) luego el qq.do de la AD: es duplo del qq.do de la AC: del mismo modo se demuestra que el qq.do de la DF: es duplo del qq.do de la GF: pero esta es igual à CE: (34. p. 1.) luego el qq.o de la DF: es duplo del qq.do de la CE: luego los dos qq.s de las AD: DF: juntos, son duplos de los qq. de las AC: CE: (2a. ax.) pero los dos qq.s de las AD: DF: son ig.s al qq.do de la AF: (47. p. 1.) porque el ang.lo ADF: es recto comp.to de los dos semirect. ADC: CDB: luego tambien el qq.do de la AF: es duplo de los qq.s de las AC: CE: Tambien el qq.o de la AF: es igual a los qq. de las AE: EF: (47. p. 1.) porque el ang.lo AEF: es recto (29. p. 1.) luego los qq.s de las AE: EF: son duplos de los qq. de las AC: CE: pero los qq.s de las EF: y EB: son ig.s (46. p. 1.) luego los

los qq.^s de las AC = CB = partes desiguales, son duplos de los qq.^s de la AC = mitad, junto con el qq.^do de la CE = pte intermedia q. es &c.^a

En numeros.

Valga la AB = 18 = y la AC = 9 = la AE = 13 = y la BE = 5 = el qq.^do de la AE = 13 = es 169 = el qq.^do de EB = 5 = es 25 q. juntos importan = 194 = el qq.^do de AC = 9 = es 81 = y el de CE = 4 = es 16 = q. junt.^s imp.^n 97 = q. es la mitad de 194.

Proposicion 10.

Si una linea recta se divide por medio, y se le añade directamente otra recta, el qq.^do de la toda con la añadida como de una, junto con el qq.^do de la añadida, son dup.^s del qq.^do que se forma de la mitad, junto con el de la compuesta de la mitad, y añadida como de una.

Sea la linea dada AB = dividase por medio en C = y añadasele directamente la BD = digo q. el qq.^do de la AD = junto con el qq.^do de la BD =

[illegible] angulo [illegible] ACD [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible] [illegible] CC, [illegible] [illegible]
(1. p. 1.) [illegible] [illegible] à AC (1. p. 1.) y [illegible] [illegible]
y CB. [illegible] en G. la CD, y por C [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible] CD (31. p. 1.) y [illegible] [illegible] [illegible]
à la CE (31. p. 1. [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible], [illegible] CFE. CEH. CBE = CGD = [illegible]
[illegible], y el angulo ACB = [illegible] [illegible] [illegible]
BDB [illegible] ECB (29. p. 1.) y [illegible] (1. A. 1.)
[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] (1. ax.) [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible] CDE (13. p. 1.) y [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible], [illegible] DBG [illegible] [illegible]
(1. ax.) y el [illegible] [illegible] [illegible] (32. p. 1.) [illegible]
[illegible] [illegible] BDE = DEB. (7. ax.) [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible] (5. p. 1.) [illegible] angulo [illegible] [illegible]
al CED (29. p. 1.) y el [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible] el AES [illegible] [illegible] (32. p. 1.) [illegible]
[illegible] [illegible] ACE = MCE (7. ax.) [illegible] [illegible]

qq.^dos^ los lados EA. AG = (47. p. 1.) y porque el qq.^do de las
AE = es igual a los qq. de las AC = y CE = (47. p. 1.) lue-
go será duplo del qq.^do de la AC = que es igual al de la
CE = y tambien el qq.^do de la EG es igual a los qq.^dos
de las EA = AG = (47. p. 1.) luego será duplo del qq.^do de
la EA. ó de su igual CD = (34. p. 1.) luego los qq.^dos de las
AC = CD = son duplos de los qq.^dos de las AC = CD = (ax. 2a.)
pero el qq.^do de la AG es igual a los qq.^dos de las AD y
DG = (47. p. 1.) luego el qq.^do de la AG es duplo de los
qq.^dos de las AC = CD = pero el qq.^do de la AG = es igual a los
qq.^dos de las AD = DG (47. p. 1.) luego tambien los qq.^dos
de las AD = DG = son duplos de los qq.^dos de las AC = CD =
pero el qq.^do de la DG = es igual al qq.^do de la BD (46 p. 1.)
luego el qq.^do de la AD compuesta de la entera, y de la añadi-
da como de una sola con el qq.^do de la BD = que es
la añadida, son duplos del qq.^do de la mitad
AC = junto con el qq.^do de la CD = compuesta de la mitad
y añadida como de una. luego [illegible]

En Numeros.

Sea la AB: 18: dividase por medio, y valdrá AC: 9: y lo mismo CB: valga BD. 6. y toda la AD: valdrá 24: y la CD: 15: el qq.º de 24: es 576: y el qq.º de 6: es 36: que juntos hacen 612: el qq.º de 9: es 81: y el de 15: es 225: que juntos 306: que doblados 612: luego &c.

Proposicion 11.

Cortar una linea recta de tal suerte, que el rectangulo de toda, y una de sus partes, sea igual al qq.º que se forma de la otra parte.

Sea la Recta dada AB: y sobre ella formese el qq.º AD: (46. p. 1.) dividase la DB: en dos iguales en C. (10. p. 1.) y tirese la AC: alarguese la DB: hasta F: y tomese CF igual à CA (3. p. 1.) y de la AB: la BG: igual a la BF: sea que la AB: es mayor que la BF: respecto que en el triangulo ACB: los dos lados AB. BC: son mayores que AC: (20. p. 1.) luego (hipotesis) tambien seran mayores que su igual CF: y quitando [illegible]

Con ambas partes la CB: quedará AB: mayor que BH (5. ax.) luego de la AB: se puede cortar BG: igual á BH: Digo: que la AB: esta cortada en G: &c. y sera igual el Rectangulo de la AB: y de la AG: es igual al quad.^o de la BG: por el punto G: tire se CY: paralela á BH: (31. p. 1.) y por H: la HY: paralela á la BA: (31. p. 1.) porque la recta BB: ... cortada por medio en C: y se le añade directamente la BH: luego el Rectangulo BY: contenido de la toda, y de la añadida como una, y de la añadida sola junto con el qq.^o de la mitad CB: es ygual al qq.^o que se forma de la CH: compuesta de la mitad, y añadida como una (6. p.) pero las CH: y CA: son iguales por construccion luego sus qq. seran iguales (46. p. 1.) luego el Rectangulo BY: compuesto de la BH: y HY: igual a la BG: (34. p. 1.) ó á BH: por const. junto con el qq.^o de la CB: son iguales al qq.^o de la CA: (ax. 1.) pero este qq.^o es igual á los qq. de la CB: BA: (47. p. 1.) luego el

Rect.

Rectangulo BX= junto con el qq.do de la CB= com.te
a los qq.s de las CB=BX quitese de entrambas part.
el qq.do comun de la CB= y quedara (3. ax.) el Rectang.lo
BX= igual al qq.do de la BA= que es el BF= y quitando
de entrambas partes el Rectangulo DE= quedara
el Rectangulo FE= igual al qq.do BX= (ax 3.) pero el
Rectangulo GA= esta contenido de la FA= igual a AB
(29. D. 1.) y de la parte AG= y el qq.do BX= que lo es por
const.on esta formado sobre la GB= luego la AB=
esta dividida en G= de tal suerte que AB : : :
Esta propoc.on no se puede demostrar en numeros
por cuia raz.on se omite la demost.n numerica.

Proposicion 12.

En los triang.s ambligonios, el qq.do del lado
opuesto al angulo obtuso, es mayor, que los qq.s
de los lados, que lo comprehenden, dos vezes el
Rectangulo contenido de uno de los lados que forman
el ang.lo obtuso, sobre quien prolong.do cae la perpendic.r
y de la linea que cae fuera entre la perp.r y el angulo obtuso.

Sea el triangulo ABC con el angulo obtuso B alarguese AB hasta D y del punto C tirese la CD perpend.r a AD (12. p. 1.) Digo que el qq.do de la AC es mayor que los qq.s de las AB BC dos vezes el rectang.o contenido de la AB y de la BD. Esto es: que el qq.do de la AC es igual a los qq.s de las AB BC juntos con dos rectang.s contenidos de las AB y BD: por que la linea AD esta cortada como quiera en B: luego el qq.do de la AD es igual a los qq.s de las AB BD juntos con dos rectang.s de AB por BD (4. p. 2) añadase a entrambas partes el qq.do de la CD y quedarán los qq.s de las AD DC yguales a los tres de las AB BD y DC juntos estos con dos rectang.s de AB por BD (ax. 2.) pero el qq.do de la AC es igual a los qq.s de las AD DC (47. p. 1) luego el qq.do de la AC es igual a los tres qq.s de las AB BD y DC juntos con dos rectang.s de AB por BD (1. ax.) tambien el qq.do de la BC es igual a los qq.s de las BD DC

DC·(Δ)·p.1) luego tambien el qq.^{do} de la AC· es igual a los qq. de las AB,BC· juntos como de triang. rect.
de AB· y BD· que es lo que se sup. &c.

En numeros.

Valga AC=37= AB=30· el qq.^{do} de AC=37= es 1369. el qq.^{d} de AB=30= es 900· el qq.^{do} de la BC=13= es 169 que sumados con 900= hacen 1069= que restados del qq.^{do} de la AC= 1369= quedan 300= por valor de los dos rectang.^{s} de AB= por BD· cuya mitad 150= será valor de uno; y partiendo 150= entre AB=30= vendrá el cuociente 5= por valor de BD y para hallar el valor de la DC= se qq.^{ra} la BD=5 y será 25= que restados del qq.^{do} de la CB=13= que es 169= quedan=144 = de quien sacando la raiz qq.^{da} quedan=12= por valor de la CD=y para hallar el area del triangulo ABC· se mul- tiplicará la base AB=30= por la mitad de la altura DC= que es 6= y produzirá 180= Como tambien el area del triangulo CBD= que es 30= produzido de la altura CD·

CD=12= por la mitad de la vase 5= queso 2=9=½= y sumando las dos areas 1=0 y=30= sin produsen 210= que son qq. del triangulo ACD= (19.ax.1) porque multiplicando la vase AD= 35= por la mitad de la altura CD= que es 6= produse tamb. 210= luego &c.

Proposición 13.

En los triang. oxigonios, el qq.do del lado opuesto al angulo agudo, es menor que los qq. de los lados que lo comprehenden, dos veces el Rectangulo contenido de uno de los lados, que forman el angulo agudo sobre quien cae la perpendicular, y de la linea tomada dentro, entre la perpendicular, y el angulo agudo.

Sea el triangulo ABC= y el angulo agudo C= del B= sobre la vase AC= caiga la BD= perpend. (12.1.)

Digo que el qq.do de la AB. lado opuesto al angulo agudo C= es menor que los qq. de las AC=BC= dos vez. el Rectangulo contenido de AC= por DC= Esto es:

que

que el qq.do de AB= junto con dos Rectang.s de AC por DC=
es ygual a los qq.s de las AC= BC= por que la linea AC= es
dividida como quiera en D= luego los qq.s de las AC=
DC= son ygu.s a dos Rectang.s contenidos de AC= por DC=
junto con el qq.do de la AD.(7.p.) añadase en ambas
partes el qq.do de BD= y seran los tres qq.s de las AC=
DC= DB= ygu.s a dos Rectang.s de AC= por DC= junto
con los qq.s de las AD= DB= (2.ax.) pero los qq.s de
las AD= DB= son ygu.s al qq.do de la AB= (47.p.1.) luego
los tres qq.s de las AC= DC= DB= son ygu.s a dos Rectang.s
de AC= por DC= junto con el qq.do de AB. (1.ax.) tam-
bien los qq.s de las DC= DB= son ygu.s al qq.do de la BC=
(47.p.1.) luego los dos qq.s de las AC= BC= q.e comprehenden
el angulo agudo C= son ygu.s a dos Rectang.s de AC= por DC
junto con el qq.do de la AB= q.e es lo q.e. luego etc.ª

En numeros.

Valga la AB= 240= la BC= 292= la AC= 364= el qq.do
de la BC= es 85264= el de la AC= es 132496= que sumados

los

hacen 217760 = al qual restando el qq.do dela AB = 57600 =
tiene el residuo 160160 = valor delos dos Rectangulos
ABC = por AC = cuya mitad 80080 = serà valor de uno;
y partiendo este numero 80080 = por 364 = valor dela
AC = vendrà al cociente 220 = por valor de DC = y res-
tando este cociente de 364 = valor dela AC = vendrà
al residuo 144 = por valor de AD = y para hallar el
valor dela BD = se qq.da la DC = 220 = que es 48400 = la
qq.a qq.da tambien 292 = que es su qq.do 85264 = al qual
restando 48400 = el residuo 36864 = serà qq.do dela
BD = cuya raiz qq.da 192 = es el valor dela BD = tam-
bien se podrà hallar restando el qq.do dela AD = del de
la AB = y el residuo serà qq.do dela BD = y para hallar
el area del triangulo ABC = se multiplicarà la base AC =
por la mitad dela altura BD = ò la altura BD = por la
mitad dela base AC = y el producto serà el area
del triangulo que es 34944 = luego &c = que es &c.a
y tamb.n sacando el area del ABD = q. es 13824 = y sumado con la
del DBC = que es 21120 = importaran los mismos 34944 = &c.a

Proposición 14

Formar un qq.do igual a un Rectilíneo dado.

Esta proposición enseña à formar un qq.do igual a un triángulo dado, ò a un Rectilíneo dado.

Sea el triángulo dado A: hagase el paralelo-gramo BD: que sea Rectangulo, y igual del, (44.p.1.) Si la figura dada fuera qualquiera otra que no fuera triángulo se Resolvería teniendo dispar. y se formaría el Rectangulo BD: igual de ella (45.p.1.) y si el lado BC: es igual à BC: estará hecho lo que se pide; pero si no es igual, alarguese DC hasta F: y DC: hasta F: contener CF: igual à CB: (3.p.1.) Dividase DF: por medio en G: (10.p.1.) y haciendo centro en G: con el intervalo GD: describase el semicírculo DHF: y tirese la GH: Digo que el qq.do de la CH: es igual al Rectilíneo dado A: porque la linea DF: esta dividida en partes iguales en G: y en desiguales en C: luego el Rectangulo DCF: con el qq.do

recto. junto con el qq.do dela CG= p.k. enteramente, o
igual el qq.do dela GF= dela mitad; (5.p.) pero la
GF= es igual ala GH=(15. D.1.) luego no qq. s.conq.(ac.p.1)
luego tambien el Rectangulo DCF= junto con el qq.do
dela CG= es ig.l al qq.do dela GH=(1.ax.) pero el qq.do de
la GH= es igual alos dlas GC=CH=(47.p.1.) luego el
Rectangulo DCH= junto con el qq.do dela CG= es ig.l
alos qq. delas GC=CH= quitese de entrambos p.tes
el qq.do dela GC= y quedara el Rectangulo DCH=
igual al qq.do dela CH=(3. ax.) pero el Rectang.º
DCH= es el BD= porq. el DCH= esta contenido dela
DC=CH= y esta es igual ala CB= por const.n luego el
Rectangulo BD= es igual al qq.do dela CH= pero este
Rectangulo BD= es igual al triangulo dado A= por
const.n luego (1.ax.) el qq.do dela CH= es igual al triang.º
dado A= q.e.s.b.do

Fin del Libro Segundo.

Libro tercero de los Elementos de Euclides, Definiciones.

1.....Círculos iguales, son aquellos, cuyos diámetros son iguales;
o cuyas rectas tiradas del centro a la circunferencia son iguales. =

2.....Una línea recta se dize tocar un círculo quando tocándole, y alargada no le corta. Llamase tangente como la AC= que toca al círculo en B= y no le corta; pero la BC= que le corta al círculo se llama secante. =

3.....Los círculos se dize tocarse entresí quando tocándose no se cortan como los AB= AC= que se tocan en A= y no se cortan.

4.....Las líneas rectas se dize distan igualmente del centro del círculo quando las perpendiculares sobre ellas tiradas del centro son iguales y quando estas son desiguales las tales líneas se dize distar desigualmente del centro, y aquella dista más sobre quien la perpendicular es mayor, como las rectas XY= MO= se dize distar igualmente del centro C= porque las perpendiculares CA= CX= sobre ellas son iguales. pero las líneas

XY=

y L. MO: valen singularmente al centro C: porque
y la MO= [illegible] que la YL= perpendic.r
CR= sobre MO= es mayor que la perp.r CS. sobre YL.

5.—— Segmento de circulo es una figura comprend.da entre una Recta y Arco del circ.o como la ACB: comprend.da de la Recta AB: y de la circunferen.a etc.

Quando la linea Recta pasa por el centro, divide el circulo en dos seg.tos iguales que se llaman semi-circulos, como la ACB (Fig. 9.A) que pasa por el centro del circulo ACBD= lo divide en dos seg.tos iguales que son ACB. BC= ADB. BC: pero si las Rectas no pasan por el centro, divide el circ.o en dos seg.tos desig.s y se llama mayor el que contiene el centro, y menor el que no lo contiene. Como la AD= que no pasa por el centro divide el circulo en dos seg.tos desig.s que son MACBO= el mayor y MDO= el menor.

6. —— Angulo del seg.to es el que esta comprendido entre una Recta y el [illegible] como el angulo ABC (Fig. 9.5) [illegible] de la ABC ——

7.... Angulo en el seg.to es el que está contenido entre
lineas rectas, saliendo de qualq.r punto de la circunf.a
á los extremos de la recta, pues será angulo en el seg.to
como el angulo ACB =

8.... Pero quando las lineas rectas que comprehenden
el tal angulo, tienen por base alguna circunfer.a, el
tal angulo se dice insistir ó apoyarse sobre la
tal circunfer.a como el angulo BDC: se dice que
insiste, ó se apoya sobre la circunfer.a BC:
Este angulo no se distingue del antecedente sino
en que este como, ver que este se refiere á la
circunfer.a sobre quien insiste, y el otro á la circunf.a
que cae del segmento en que está. Fuera de es-
tos dos ang.s ay otro que se llama angulo del
contacto, es aquel que se forma de la tangente
y de la circunfer.a del circulo, como el angulo ACD.
(Fig. 10. 2.) que está formado de la tangente AB y el arco ACE.

9.... Sector de circulo es la figura contenida de
la circunfer.a y de dos lineas rectas tiradas del centro á la circunf.a

al centro del círculo formando qualquiera ang.° como el espacio ADC, contenido de la circunfer.ª AC, y de las Rectas AD, CD, que concurren en el centro D, formando el ángulo ADC.

10.. Semejantes seg.s de círculos son los que contienen ig.s ang.s ó en quienes los ang.s son ig.s como en los seg.s ABC, DEF, los ang.s en B, y en E son ig.s luego los dhos segmentos serán semejantes. Véase de la semejanza de los seg.s no se infiere igualdad de ellos, sino es quando los circ.s son iguales.

Proposición 1.

Hallar el centro de un círculo dado.

Sea el círculo dado ABC tírese en él la Recta BC de qualq.r modo, y divídase por medio en D (10.p.1) y por D levántese DA perp.r á BC (11.p.1) y alárguese hasta G. (2.p.to) divídase AG por medio en E (10.p.1) Digo que E es el centro del círculo porque si no es sea otro qualquiera como F, y tírense las Rectas FB, FD, y FC, y en los triángulos FDB

FDB = FDC: ay tres lados iguales a tres lados cada uno: DB igual a DC: por const.ⁿ DF = comun, y FB igual a FC. (15. D. 1.) por suponerse F. centro del circulo luego el angulo BDF es igual al CDF (8. p. 1.) luego son rectos (10. D. 1.) pero el angulo ADC tambien es recto por const.ⁿ luego los angulos FDC = ADC = son iguales entre si (12. ax.) la parte al todo lo que (... ax.) no puede ser, luego tampoco puede ser F. centro del circulo dado, ni otro qualquiera, que este fuera de la recta AE. luego lo será el punto G. que la divide por medio, luego se ha hallado el centro del circulo, q. es lo q.ᵉ

Corolario

De aqui se sigue, que si en un circulo una linea recta corta a otra recta por medio, y en ang. rectos el centro del circulo estará en la secante.

Proposicion 2.ª

Si en la circunferencia de un circulo se toman qualesquiera dos puntos, la linea recta que los junte cae dentro del circulo. Sea

Sea el circulo ABD: y tomense en la circunferencia qualesquiera dos puntos como B: y D: Digo, que la Recta BD: que los junta cae dentro del circulo, porque si no es assi, caiga fuera si es posible como BFD: busquese el centro del circulo (1. p. 3.) que será C: y tirense las Rectas CD: CF: CB: y en el triangulo BCDF: los lados CB: CD: son iguales (15. D. 1.) luego (5. p. 1.) los angulos CDF: CBF: son iguales: pero el angulo externo CFB: es mayor que el interno opuesto CDF: (16. p. 1.) luego tambien es mayor que su igual CBF: luego en el triangulo CBF: al mayor angulo CFB: se opone mayor lado CB. y al menor CBF: se opone menor lado CF. (19. p. 1.) luego CB: es mayor que CF: pero CB: y CE: son iguales (15. D. 1.) luego CE: tambien es mayor que CF: (1. ax.) la parte: mayor que el todo lo que (9. ax.) no puede ser luego tampoco puede caer fuera del circulo la Recta que junta los puntos B: D: assi mismo se demuestra que no puede caer en la circunferencia luego cae dentro del circulo. que es lo que &c.

Corolario.

De aquí se sigue, que la línea tangente toca la circunfa. al círculo en un solo punto, porque si tocara en dos, las ptes. que se juntaran caerían dentro del círculo.

Proposición 3.

Si en un círculo una línea recta tirada por el centro, corta a otra recta por medio no tirada por el centro, hará con ella ang.s rectos, y si hace con ella ang.s rectos la cortará en dos partes iguales.

En el círculo ABCD. passe por el centro E. la recta AC. y corte por medio en F. a la BD. no tirada por el centro. Digo que haze con ella ang.s rectos, tírense del centro E. (1. p. 3) y tírense las rectas EB. ED. y porque en los triang.s EFB. EFD. los lados BF. DF. son ig.s por sup.n FE. comun, y EB. igual a ED. (15. D. 1) luego (8. p. 1) los ang.s EFB. EFD. son ig.s luego (10. D. 1) son rectos; que es lo primero.

Di-

Digo lo 2.º que la BE que pasa por el centro, cor-
ta a la BD (que no passa por el centro) en ang.
Rectos, la cortará en ptes. ig. por que tiradas
las Rectas CB = CD los ang. CEB = CED son
Rectos por sup.º e ig. (12. ax.) y los CBF = CDF
son ig. (5. p. 1.) luego tambien los BCF = DCF son ig.
(32. p. 1) y por que ay dos triang. que tienen dos lados
ig. cada uno, es a saber, BC = igual â CD. (15. D. 1.) CF
Comun, y los ang. comp. ig. por demos. luego (4. p. 1.)
las bases DF = BF son ig. que es lo 2.º - - - - -

Corolario.

De aqui se sigue que si en un circulo dos rectas
se cortan perp. entre si, la una que passe por el centro
cortará por medio, y tambien al angulo vertical,
etc., que cada triangulo ysoceles se halla
en los triang. que son de el angulo vertical
por medio, y cortan la base tambien por medio, y la
linea que hace esta division es perp.r â la base
y cada una de estas dos cosas ...

De modo lo mismo q̃ se deve entender en el [illegible]

Proposicion 4.

Si en un circulo dos lineas rectas se cortaren una a otra (no passando por el centro) no se cortaran mutuamente en dos partes iguales.

En el circulo ABDM cortense las dos lineas AD, CM en el punto G: digo que no se cortan en partes iguales; por que si se cortan busquese el centro E (1. p.) y tirese por la seccion G la Recta EG; y por que se supone que la Recta CM esta cortada por medio en G, y esta tirada del centro E la recta EG la cortará en angulos Rectos (3. p.) luego el angulo EGM será Recto; por la misma razon el angulo EGD es Recto; luego los angulos EGM, EGD seran iguales, la parte al todo, lo que (8. ax.) no puede ser. Luego &c.

Proposicion 5.

Si dos circulos se cortan entre si, no tendran un mismo centro.

Cortense los circulos ABC, ABD en los puntos

A=

A = A. Digo que no tienen un mismo centro, por que si es possible sea B centro deentrambos, y tirense las rectas BA. BD. luego las BA. BC son ig. (15. D. 1) tambn. por la misma son ig. las BA. BD. luego (ax. 1) BD es igual à BC. el todo a la pte. lo que (9. ax.) no puede ser, luego &c.a

Propocision 6.

Si dos circulos se tocan entre si por dentro no tendrn. entrambos

un mismo centro.

Sean los circulos ABC. AED. que se toquen en el punto A. digo q. no tienen un mismo centro, por q. si puede ser sea B centro deentrambos luego los radios BA. BC. son ig. (D. 15. 1) por la misma razon los radios BA. BD. son ig. luego (ax. 1) BC. es igual à BD. la pte. del todo lo que (9. ax.) no puede ser luego tampoco &c.a

Propocision 7.

Si en el diametro de un circulo se toma qualq.

pun.

punto, que no sea el centro, y desde el à la cir-
cunferencia se tiran algunas lineas rectas, será
la mayor en la que está el centro, y la menor
el residuo de ella; y de las otras la mas im-
mediata à la q. passa por el centro, es mayor
que la mas apartada, y desde dicho punto no
se pueden tirar à la circunferencia mas que dos
rectas iguales de la una, y otra parte, ò sea de la
maxima, ò de la minima.

Sea el circulo dado AFH. y en el diametro AD.
tomese qualquier punto como C. y sea B. el
centro del circulo, y tirense desde el punto C. las
rectas CE. CF. CG. à la circunferencia. Digo lo 1.º que
la CA. es la mayor de todas: tirense las rectas
BE. BF. BG. y por que en el triangulo EBC. los
lados EB. BC. son mayores, que EC. (20. p. 1) y EB.
es igual à BA. (D. 15. 1) luego AB. BC. ò AB C es
may.^r que EC (ax. 1) Del mismo modo se probará
que

que AC= es mayor que CA y que CG. luego la AC= es la may.r de todas, que es lo primero.=

Digo lo 2.º que la CD= es la menor de todas por que en el triangulo GCB= los lados GC=CB. son mayores que GB=(20. p.1.) pero GB= = DB= (D.15.1.) luego GC=CB= son may.s que BD(=ax.1) quitese de entrambas p.tes CB= comun, y quedarà (ax.5.) GC= mayor que CD. luego CD= es menor q. GC= Del mismo modo se demuestra que es menor que CA= y que CE= luego la CD= es la minima de todas que es lo 2.º

Digo lo 3.º que la CE= es mayor que la CA= y esta mayor que la CG= por que en los triang.s EBC= ABC= los lados EB= AB= son ig.s (D.15-1) BC= es comun, y el angulo EBC= mayor que el ABC= (9. ax.) luego (24. p.1.) EC= es mayor que AC= asi mismo se prueba que CA= es may.r que CG= luego la EB= mas cercana ala CA= es mayor que la mas

apartada CF= y esta mayor que la CG= mas dis-
tante que es lo tercero.

Digo lo 4.° que del punto C= no se pueden tirar a la circunfª. mas que dos Rectas iguales, ô de la pte. de la maxima CA= ô de la minima CD.=
Sobre la CB= en el punto B= formese el angulo DBH= DBG: (23.p.1.) y tirese la CH= digo que esta solamente = CG. porque en los triangulos CBG: CBH= los lados BG= BH= son igs. (D.15.1.) BC= comun, y los ang. comprehendidos igs. por constn luego (4.p.1) tavase GC= CH= y ninguna otra se puede dar = CG= tirado del punto C= â la circunfª. porque si huviera otra, ô cayera entre A= y= H= y entonces fuera mayor como esta demonstrado, ô cayera entre H= y= D= y entonzes fuera menor, como tambn esta demonstrado luego solamente la CH= puede ser = CG= q. es lo luego si en el diametro &c.: que es &c:= Pro-

Proposicion 8.

Si fuera deun circulo setoma un punto, y desde el se tiran alg.s Rectas al circulo, delas quales la una pase por el centro, y las demas como quiera, delas que caen en la circun.fra concaba la mayor es la que passa por el centro, y la mas cercana aella es may.r que la mas apartada; pero delas que caen enla circunf.a convexa, la menor es la que està entre el mismo punto y el diametro, y la mas immediata aella es menor que la mas distante, y desde dho punto no se pueden tirar mas q. dos Rectas ig.s al circulo dela una, y otra pte. ô sea dela maxima, ô sea dela minima. =

Sea el circulo BDEFC = cuyo centro es G = y el punto tomado fuera A = desde donde se tiraràn las Rectas AC = AH y AF = Digo lo 1.º que AC = es la mayor de todas las que caen enla circunfra. concava. tirense las Rect. GB = GC = GF = GH = y en el triangulo AGH = los lados AG = GH = son mayores, que el 3.º HA = (20. p. 1) pero GH

= GC= (15. d.ⁿ 1) luego AG= GC= estoes AC= es mayor que AH= El mismo modo se demuestra que AC es mayor que AF= luego AC= es la mayʳ. de todas. 1º.

Digo lo 2º. que AH= mas cercana à la AC= es mayor que AF= mas apartada, por que en los triangulos AGH= AGF= GH= GF= (15. d. 1) AG= comun, y el angulo AGH mayʳ. q. el AGF= (3. ax.) luego (24. p. 1) AH= es mayʳ. q. AF= q. es lo 2º.

Digo lo 3º. que la Recta AN= q. està entre el punto tomado A y el diametro AC= es la menor de todas las q. de dho. punto caen à la circunfrª. convexa, por que en el triangulo AGB= los lados AB= BG= son mayores que AG= (20. p. 1) si de entrambas ptes. se quitan GN= GB= iguales (15. d. 1) quedarà (5. ax.) AN= menor que AB= El mismo modo se demuestra que AN= es menor que AC luego AN. es la menor de todas. q. es lo 3º. =

Digo lo 4º. que la AB= mas cercana a la AN= es-

es menor que la AC= mas distante, porque en el triangulo ACG= de los extremos del lado AG= estan tiradas las rectas GB= AB= q. concurren en B= dentro del dho. triangulo luego (21.p.1) los lados AB= GB= son menor. q. AC= GC= y quitando GB= GC= iguales (15.D.1) q. da ria (5.ax.) AB= menor que AC= q. es lo quarto.=

Digo lo 5.º que del punto A= no se pueden tirar mas que dos rectas ig. ala circunfia. hagase el angulo AGD= AGC= (23.p.1.) y tirese la DA= Digo que sola la AD= es igual âla AC= por que en los triang. GAD= GAC= GC= GD=(15. D.1) GA= comun y los ang. comprehendidos igs. por const.n luego (4.p.1) AD= AC= y no se puede dar otra igual ala AC fuera de la AD= por q. si huviera otra ô cayera entre D= y C= y fuera mayor q. AD= como esta demonstrado, ô cayera entre D= y E= y en este caso fuera menor como tambien se ha demonstrado luego AD= AC= 5.º

Pro-

Propocisión 9.

Si dentro de un circulo se toma un punto, y desde el a la circunfª. caen mas que dos Ret. iguales el punto tomado será centro del circulo.

En el circulo ABCD= tomese el punto E= y desde el tirense las Rectas EB= EC= EG= iguales a la circunfª. Digo que E=es el centro del circulo, porque si no lo es sea otro qualquiera como H= y tirese la Recta DEHB= luego la linea EB= en que está el centro H= será la mayor de todas (7.p.) y la EG= será mayor que la EC= y esta mayor que la EB= lo q. todo es contra lo supuesto luego H= no puede ser centro q. es Demª.

Propocisión 10.

Un circulo no puede cortar a otro en mas que dos puntos.=

Por que si es posible corte el circulo ABDF= al HCEL= en los puntos B,C,E,F, y en el circulo AB-DF= tomese el centro G=(1. p.) y tirense las Rectas

GB.

GB = GC = Gℓ = GF = luego estas son ig.s entre si (15. d. 1.)

y porque dentro del circulo HCℓY = se toma el punto G = y desde el caen à la circunferencia mas que dos Rectas ig.s que son las dhas GB = GC = Gℓ = GF será el dho. punto G = centro del circulo H, C, ℓ, Y, (9. prop.n)

luego los dos circulos dhos. tienen un mismo centro lo qual no puede ser (por la prop.n 5.a) luego tampoco puede ser que un circulo corte a otro en mas que dos puntos luego &c.a

Proposicion 11.

Si dos circulos se tocan por dentro y se toman sus centros, la linea Recta que los junta passarà por el contacto.

to-

Toquense los circulos AEG = ADH = por dentro enel punto A = tomense sus centros B = H = (1. prop.^{n}) Digo, que la linea BH que los junta alargada se termina enel contacto A = como BHA = por que sino es assi sean los centros C = B = de suerte que la linea CB = que los junta, alargada no se termine enel contacto A = como la ECBG = y sea el punto C = centro del circulo AEG = y el punto B = centro del circulo ADH = y enel triangulo ACB los dos lados CB = BA = juntos son may. que el tercero CA = (20. p. 1) pero CA = es igual á CG = (15. D. 1) luego los dos lados CB = BA = juntos son may. que CG = (1. ax.) quitese de entrambas partes CB =

Y

y quedará BA = mayor que
BG = (axioma 5.) pero por que B
es centro del círculo ADF = por
suposición las líneas BA = BF = son
iguales (15. def.[n] 1.) luego BF = será
mayor que BG = la parte mayor que el
todo lo q.[e] (9. ax.) no puede ser luego &c.[a]
Sea lo 2.º B = centro del círculo AEG = y el q.[to]
C = del ADF y por q.[e] en el triángulo CBA
los lados AC = CB = son may.[s] que AB. (20. p. 1) ô q.[e]
su ig.[l] BC = (15. d. 1. y ax. 1) luego quitando de entramb.[s]
p.[tes] CB = q.[e] dará AC = may.[r] que CE = (5 ax.) pero CA
= CD = (15. d. 1) luego CD = es may.[r] q.[e] CE (1. ax.) la pte. al todo
lo q.[e] (8. ax.) no puede ser luego tampoco puede ser &c.[a]

Proposicion 12.

Si dos circ.[s] se tocan por defuera la recta q.[e] jun.[a] sus cent.[s] pa.[a] p.[r] el cont.[to]

Toquense los circ.[s] ABC = AED = en el punto A = y tomense sus centros
F = G = (1. p.) digo q.[e] la recta FG = q.[e] lo junta, pasa por el
contacto A = por q.[e] si no es así seanlo si es posible d.[e] los centros de l circ.[s]
como

como A y Z. los ext. de l. A Z. y tien. su ext. R ó A Z. y p. q. A. o Z. ... Cen. del Circ. P B C. ... ext. ... ext. q. (def. 15.) p. ... la razon ... Z. Cen. de Circ. ... Z A Z C A ... luego en el triang. A A Z. los d. lad. ... A Z. ... q. el ... Z. en ... p. A A. ... luego ... p. ... Circ. ... p. A. y Z. luego solo ... E y G. luego ... 2. Circ. ...

Proposicion 13.

Un Circ. no to. à otro Circ. en m. q. un p. ... p. de den. ... p. ...

Por q. si es po. ... lo 1.º el Circ. P B C. al Circ. B D C. en los p. B y C. ... Cen. G E. (p. 1. de ...) luego ... q. ... triang. ... B y C. como G B. E C. (p. 11. ...) y p. q. G. es Cen. ... G B. y G C. ... (def. 15.) y ... G E. ... G B. y ... de G C. ... B ... may. q. E C. ...

E. Cen.o las ED. y EC. son ig.s (Def.n 15.) q. es con.a lo
demos.do luego &c.a

Sup.e lo 2.d la fig.a 2.a en los p.tos A. B. caso la Cen.a C.
(p.n 1.a de esta) luego la Recta DC. q. los jun.a pasara
p.r el Contacto A. (p.n 11.) tir.e al otro Contacto B. la Recta
CB. DB. y p.r q. C. es Cen.o las Rec.s CB. CA. son ig.s
(Def.n 15.) añad.e à entramb.s p.tes CD. y q.da la AC.D. q.
à la BC. CD. (ax.a 2.o) p.o p.r q. D. tamb.n es Cen.o la
DB. DA. son ig.s (Def.n 15.) luego la DC. CB. son ig.s
à la BD. (ax.a 1.o) los 2. lad.s del Triang.o BCD. ig.s
al 3.o BD. lo q. no p.e ser (20.-1.o) luego tamp.o &c.a

Sup.e lo 3.o p.r def.a en los p.tos AC. busq.e los Cen.s CE.
en la fig.a 3.a (prop.n 1.a) y la lin.a CE. q. los jun.a
p.r p.r el Contacto A. (prop.n 11.) tir.e al otro Cont.o
C. las Rec.s CC. EC. y ser.n las Rec.s CA. CC. ig.s (Def.n 15.)
como asi mismo las Rec.s EA. EC. luego en el Tri-
ang.o CEC. los 2. lad.s CC. CE. son ig.s al 3.o CE. lo q. no
p.e ser (20.-1.o) luego tamp.o &c.a

Pro-

Proposicion 14.

En un Circ.o ig.s lin.s Rect.s dist.n ig.l m.te del Cen.o y las q. ig.l m.te dist.n del Cen.o son ig.s entre si.

En el Circ.o ABCD. sean las Rect.s AB. CD. ig.s Digo q. dist.n ig.l m.te del Cen.o busq. (p.r la 1.a) el Cen.o E. y tir.e desde el las perp.s EG. EF. (12-1.o) y p.r q. la EF. cor. a la AB. en ang.s Rect.s la cort.a en 2. p.tes ig.s (prop.n 3.a) p.r la misma Raz.n la DC. esta cort.a p.r medio con la EG. y p.r q. AB. DC. son ig.s p.r sup.n sus mitad.s AF. DG. ser.n ig.s (ax.a 7.o) luego sus qq.s ser.n ig.s (46-1.o) Ti.e las Rect.s EA. ED. q. ser.n ig.s (def.n 15.) luego tamb.n seran sus qq.s (46-1.o) p.o el qq.o de la AE. es ig.l a los qq.s de la AF. FE. (47-1.o) y p.r la misma el qq.o de la ED. es ig.l a los qq.s de la DG. GE. luego los 2. qq.s de la AF. y FE. son ig.s a los otr.s 2. de la DG. GE. (ax.a 1.o) y si se q.tan los qq.s ig.s de la AF. DG. q. dar.n ig.s los qq.s de la FE. GE. (ax.a 1.o)

(axio.ª 3.º) luego las lin.s CZ. y GC. son ig.s (46-1.º) luego las Rect.s AB. DC. dist.n ig.l m.te del Cen.º C (Def.n 4.ª deste) q. es lo 1.º

Supong.e q. las Rect.s AB. DC. dist.n ig.l m.te del Cen.º C. di-go q. son ig.s entre si p.r q. sup.ta la misma Constr.n y sup.ta p.te las perp. CZ. CG. son ig.s (Def.n 4.ª deste) sus qq.s ig.s (46 1.º) p.º en la demost.º ant.m.te es q. los qq. dela AZ. y ZC. son ig.l alo dela DG. y GC. luego si se quit.n los ig.s de la CZ. y dela CG. q. dar.n ig.s los dela AZ. y dela DG. (axio.ª 3.º) luego las Rect.s AZ. DG. son ig.s p.º son ½ delas Rect.s AB. DC. (prop.n 3.ª) luego las tod.s AB. DC. son ig.s (axio.ª 6.º) q. es lo 2.º luego si un Circ.º &c.

Proposicion 15.

En un Circ.º la may.r lin.a es el diam.º y la m.s cerc.a al Cen.º es may.r q. la mas apart.an

---

En el Circ.º ABCD. cuyo Cen.º es E. tir.e el diam.º BED.

y

q. la YK. m.s cerc.a àl Cen.o y la CZ. m.s apart. Digo q.
èl diam.o BD. es la may.r de tod.s las lin.s q. se tir.n den.o
del Circ.o tir.e desde èl Cen.o P. la perp.r PN. àla YK.
y la perp.r PO. àla CZ. (12.1.o) y p.r q. la YK. esta mas
cerc.a àl Cen.o P. q. la CZ. sera la PN. men.r q. la
PO. (def.n 4.a deste) àlarg.e la PN. assia M. y tom.e
PM. ig.l à PO. (3.a 1.o) y p.r M. lev.tese la GH. perp.r
àla PM. (11.1.o) y tir.e las rect.s PG. PH. PY. PK.
y p.r q. en èl Triang.o PYK. los 2. lad.s PY. PK. son
may.s q. èl 3.o YK. (20.1.o) y èl diam.o BD. es ig.l à
los 2. lad.s PY. PK. (def.n 15.) luego èl diam.o BD.
es may.r q. YK. (ax.a 1.o) assi mismo se dem.a q. es
may.r q. GH. y q. CZ. y q. otra qualq.a q. es lo 1.o.
Digo tamb.n q. la YK. mas cerc.a àl p.to P. es may.r
q. la CZ. mas dist.te p.r q. en los Triang.s PYK. PGH.
los 2. lad.s PY. PK. del 1.o son ig.s àlos 2. PG. PH. del
2.o (def.n 15.) p.o èl ang.o YPK. es may.r q. èl GPH.
(ax.a 9.o) luego la vase YK. del 1.o es may.r q. la GH.

del 2.º (24-1.º) p.º p.ª q. . . pero. P M. PO. son ig.s p.ª Const.n las Rect.s G M. CE. son ig. (p.n 14.) luego la YK. mas cerc.ª al Cen.º P. es may.r q. la CE. mas distan t.s (ax.ª 1.º) q. es lo 2.º luego en un Circ.º &c.

Proposicion 16.

La lin.ª tir.ª dela extrem.d del diam.tro hac.do con el ang.s Rect.s caerà f.ª del Circ.lo y entre esta y la Circunf.ª no p.s caher otra lin.ª Recta y el ang.º del Cemi-Circ.lo es may.r q. qualq.r otro agudo Rectili.º y el Recid.º men.r

En el Circ.º ABC. cuyo Cen.º es E. tir.e el diam.º AB. y sobre el en el p.to A. la lin.ª AD. haga con el ang.s Rect.s Digo q. cahe fu.ª del Circ.º p.r q. si no cahe f.ra caiga den.º si es posib.e como la AC. haci.do el ang.º BAC. Rec.º tir.se la EC. y sera la EA. ig.l ala EC. (def.n 15.) luego los ang.s sobre la vase AC. ser.n ig.s (p.n 5.º 1.º) p.º el ang.º EAC. es su. p.º Recto luego el ECA. tamb.n sera Recto (ax.ª 1.º) luego en el Triang.º AEC. 2. ang.s son ig.s à 2. Rect.s lo q. no pue.

poder (prop.n 17. 1.o) luego tamp.o p.de caer den.o del Circ.lo
la Recta q. forma ang.s Rect.s con la extrem.d del diam.e
luego caerá fu.ra como la AD. = q.e es lo 1.ro [illegible]
Digo lo 2.o q. entre la Recta AD. y la Circunf.a ACB.
no p.e caer otra lin.a Recta p.r q. si p.de ser sea la AE.
y tir.e del Cen.o C. sobre ella la perp.r CG. (12-1.o) y p.r q.
el ang.o CGA. es Recto p.r constr.n será may.r q. el ang.o
CAG. (32-1.o) luego al may.r ang.o CGA. se op.e may.r
lado AC. (19-1.o) y al m.r ang.lo GAC. se op.e m.r lado
CG. p.o la CA. es ig.l a la CH. (def.n 15.) luego la CH. es
may.r q. la CG. (ax.a 1.o) la p.te q.e su todo lo q. el (ax.a 9.o)
no p.e ser luego tamp.o p.de caer otra R.ta &c. q. es lo 2.o
Digo lo 3.o q. el ang.o BAC. Cont.do del diam.o BA. y de
la Circunf.a AHC. es may.r q. qualq.a otro agudo
Rectilin.o y el Recid.o es el ang.o DAC. Cont.o de la Recta
DA. y de la Circunf.a AHC. es me.r q. qualq.a otro
agudo Rectili.o p.r q. si p.de aver alg.n ang.o Rectil.o agudo
may.r q. el BAC. y me.r q. el DAC. y el Resp.o cayera en

tier

tre la Recta AD. y la Circunfer.a AAC. otra lin.a Rec-
ta p.o esta demos.do q. no p.e ser, luego tamp.o p.e haver
âng.o ag.o Rectili.o &c. q. e. lo 3.o

Corolario.

De aqui se inf.e q. si p.r la extrem.d del diam.o se tira u-
na perp.r à el, sera tang.te del Circ.lo p.r q. esta demos.do
q. la perp.r AD. caè fue. del Circ.o y solam.te lo toca
en el p.to A.

Proposicion 17.

De un p.to dado tirar una lin.a Recta q. toq.e à un Circ. dado.

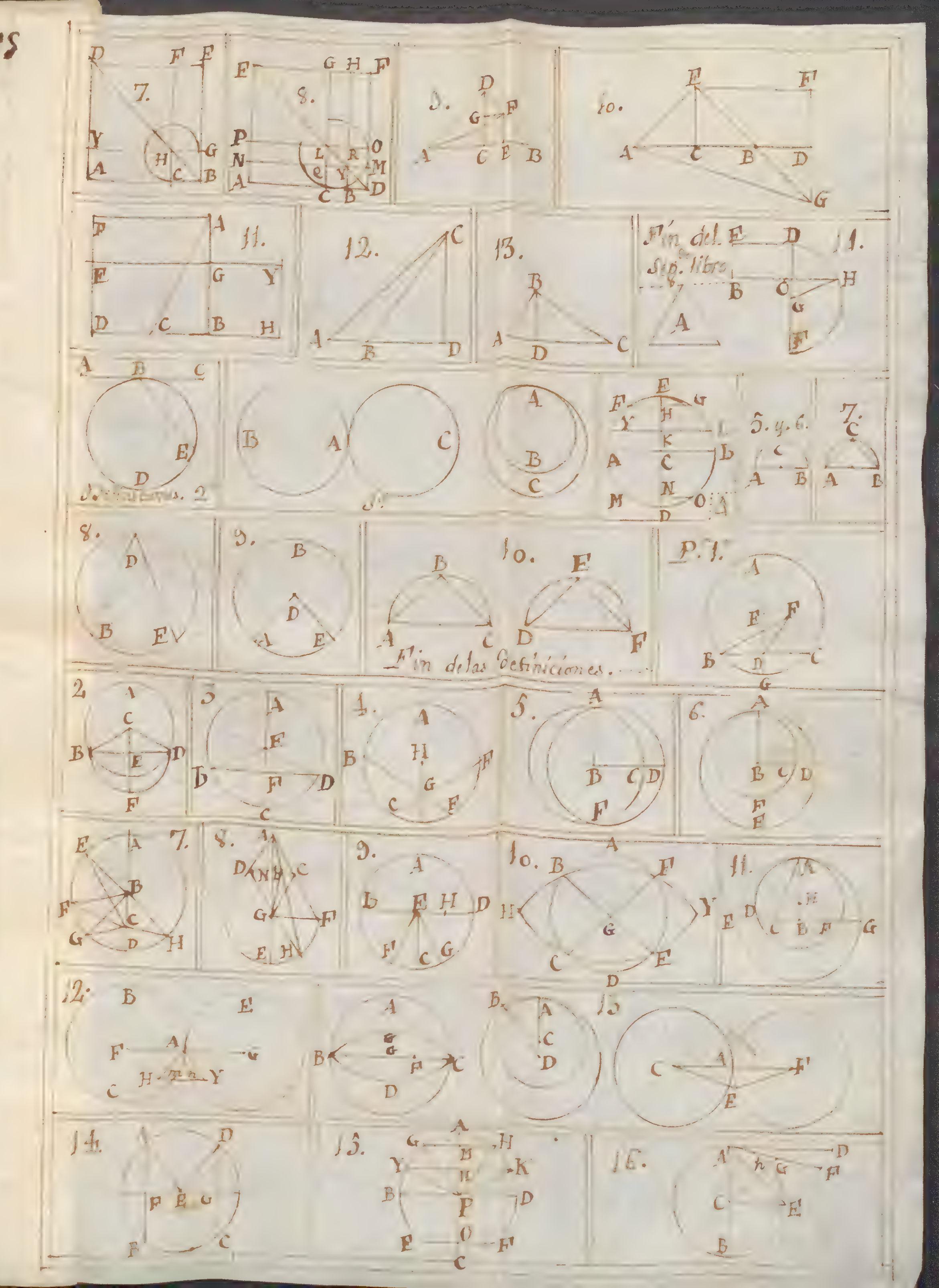
Del p.to dado se ha de tir.r una Recta tang.e del Circ.lo
dado CD, &. tom.e el Cen.o F. (prop.n 1.a del 3.o) y tir.e la
Recta AF. q. cort.a al Circ.lo dado en C. y del p.to F. con
el int.lo FA. desc.se el Circ.o AEG = y por C = levant.se
la CG = perpendicular à FA = (pr.n 11 = 1.o) y tirese GF.
que Cortarà al Circulo dado En D: y tire la AD:
Digo; que Esta es la tangente que se pide; por
que En los triangulos AFD. GFC = los lados
AF.

F. B. del 1.° son yguales â los dos E.F. F.C. del 2.° (def.n 15.) Cada uno â la suya y el angulo F. Comun â entrambos luego (P.n 4.ª 1.°) el angulo A B F. del uno es ygual al angulo E C F. del otro, pero este es Recto por const.n luego el angulo A B F. tamb.n es Recto (ax.a 1.°) luego (P.n 16.) la linea A D. es tangente del Circulo B C D. luego del punto dado A. Ect.a q.e es:

Proposicion 18.

Si una Linea Recta toca â un Circulo, y del Centro al Contacto se tira otra Recta, esta será perp.r â la tangente.

La Linea A B. toque al Circulo en el pun- to C. y del Centro D. tirese la D C. al Contacto, Digo: que esta es perpendicular â la tangente A B. por que sino lo es ti-



ese Si es posible ôtra perpendicular â ella

Como la DF. y por que la Supone per-

pendicular, será el angulo DFC Recto

(def.n 10) luego en el triangulo DFC = el

angulo DCF = será agudo (P.n 32-1.º) lue-

go al mayor angulo DFC = se opone

mayor lado DC = y al menor DCF: se opone

menor lado DF: (P.n 19-1.º) pero DE = es ygual

â DC = (def.n 15 =) luego DE = es mayor que DF.

la pte. may.r qual todo lo que (ax.a 9.º) no:

puede ser, luego tampoco puede ser la

â AF: perpend.r â la AD = ni otra qualq.ra

que no sea la DC = luego &ct.a = = = =

Propocis.n 19 =

Si una Linea Recta toca â un Circulo y

del Contacto Se lebanta una perpendicular

al a tang.te el Centro del circulo estará en la perp.ar

Sea

Sea el Círculo ADC = á quien toque en el punto A: la Recta DC: y del contacto A levantese á la DC = la perpendicular AGH = (P.ⁿ 11 = 1.º) Digo que en ella esta el Centro, p.ᵘ que dividida por medio en el punto G: este será el Centro del Círculo, por que sino esta en esa esté fuera si es posible, y sea F. tire-se la FA = y será perpend.ʳ á la DC = (p.ⁿ 18.) luego el angulo FAC: será Recto (def.ⁿ 10.) pero el angulo GAC = es Recto por construción: luego los Ang.ˢ FAC. GAC: son yguales (ax.ᵒ 12.) la parte á su todo lo que por el (ax.º 9.º) no puede ser, luego tampoco puede ser qual punto este fuera de la Recta AH = luego el centro estará en la AH = &c.

Proposicion 20:

El angulo que se forma en el Centro de

duplo del que se forma

en la Circunferencia =

quando entramb.

tienen por basen-

na misma Circunf.a

En el Circulo ABD = cuio Centro es E =

formese el angulo BED = y en la Circunfe-

rencia el angulo BAD = que ambos teng.n

la misma Circunferencia BD por base:

Digo que el angulo BED: es duplo del

BAD = tirese la Recta AEC = y por que

en el triangulo EBA = los lados EB = EA =

son yg.s (def.on 15) los angulos EBA EAB = se-

ran yg.s (P.on 5 - 1.o) luego entrambos juntos

son duplos del uno como EAB = pero el

angulo externo CEB = es ygual a los yn-

ternos opuestos EAB = EBA - (P.on 32 - 1.o) luego

tambien es duplo del angulo DAB (ax.º 6.º) del mismo modo se demuestra que el ang.º CCD. es duplo del CAD = luego el total BCD. es duplo del total BAD = (ax.º 20) q.e se.

Digo tamb.n que el angulo HMY. formado en el centro M. es duplo del ang.º HKY. formado en la circunferencia p.r que siendo sobre una misma circunferencia HY = tiren la recta KMS. y sera el angulo SMY = duplo del angulo SKY. como esta demonstrado tamb.n el ang.º SMH. es duplo del angulo SKH = que son partes de los antedichos luego restando todos quedaran las partes esto es el angulo SMH = y el SKH quedaran los residuos HMY = duplo del HKY. (ax.º 20.) quod erat. = - - - - - - -

Corolario

1.º

De âquí se sigue que el angulo al Centro en la Circunferencia tiene por valor la mitad de los grados que contiene la que se sobre quien ynsiste por que se ha demonstrado que el angulo BCD en el Centro es duplo de BAD en la Circunfer. pero el valor del angulo BCD son los grados que contiene el arco BCD luego el valor del ang.to BAD será la mitad de los grados del arco BCD esto es, el valor de los grados del arco BC.

Proposición 21.

En un Circulo los ang.s que estan en un mismo segmento son yguales entresí.

Sea el segmento BADC en quien estan los angulos BAC, BDC. Digo que son yguales entresí. Busque el Centro E (P.ⁿ 1.ª ...) y tiren las Rectas EB, EC y será el angulo B.

BEC- duplo del BAC- y tambien del angulo BDC- (P.r 20=xviii) luego los angulos BAC- BDC= cada uno es mitad del angulo BEC- luego (ax.a 7.a) son yguales entre si q.e es l.o q.e se p.r ==

Proposicion 22=

Los angulos opuestos de las figuras quadrilateras, ynscriptas en el Circulo son yguales à dos Rectos.

En el Circulo ABCD: ynscrivase el quadrilatero ABCD= de suerte que sus angulos toquen la Circunferencia, esto es ynscrivirle en el Circulo: Digo que los angulos opuest.s Como BAD= BCD= son yguales à dos Rectos tirense las Diagonales AC- BD- y seràn los angulos BAC= BDC= yg.s entre si (P.r 21=xviii) por que estan en un mismo Segmento. tamb.n los angulos CAD- CBD son yguales entre

si

A por la misma Razon: luego el ang.º ABD= es ygual â los angulos BDC. CBD. (ax.º 1º) añadase â entrambas partes el angulo BCD= yquedarán los angulos ABD. BCD= yguales âlos tres BDC - CBD. BCD. (ax.º 2º.) pero estos tres angulos son yguales â dos Rectos (P.º 32-1º) luego los dos Ang.s quedan los opuestos enla fig.ª quad.ª son tamb.n yguales â dos Rectos q.e es lo q.e

Propocision 23.

Sobre una linea Recta no Sepodran constituir dos Segm.s de Circul. semejant. y desiguales, y ala misma p.te

Por q. si puede ser sean los dhos. Segm. ABD= ACD= tiren. las Rectas AB= BD= CD= y por que el Segm.to ABD= Se supone Semejante al ACD= seran los ang.s ABD= ACD= yguales (ref.n 10= deste) el externo ACD= ygual al ynterno opuesto ABD= lo que no puede ser (p.n 16- 1º) luego tampoco puede ser lo q. es Rea Rep-

Propocission 24:

Semejantes Segmentos de Circulo constituidos Sobre yguales Rectas Son yguales Entre sí.

Sean las Líneas Rectas AC= DF: yguales, y sobre ellas Esten Constituidos los Segmentos ABC= DEF= Semejantes: Digo que Son yg.^s Entre sí, por q. sobre puesta la AC= sobre la DF: desuerte que el punto A= Cayga Sobre el punto: D= por Suponerse yguales se ajustan (ax.^a 8.^a) y el punto C= cayra sobre el punto F: y el Segm.^to ABC= se ajustará con el Segm.^to DEF: por que sino Es assí cayga fuera del Seg.^to DEF: como DHF: ô dentro Como DGF: lo q. no puede ser (P.^n 23. dest.) Y tambien si Cayera despues de ajustada la linea AC= con la linea YL: q. tamb.^n suponemos yg.^l â la AC= cortará al Circulo YKL: q. tamb.^n Suponem.^s semej.^te al ABC= lo q. no puede ser (P.^n 10: deste) luego los ABC= DEF: son yg.^s q. Era q.

Pro=

Propocíssion = 25:

Dado un Segmento de Cîrculo, describir el Circulo Cuio Segmento es.

Sea el Segm.to dado ABC: tirense de los Extrem. de la Base AC = à qualquier punto de la Sircunferencia las Rectas AB = CB = Dividanse por medio en los puntos D = E = (P.n 10 = 1.o) y por ellos lebantense las perpendiculares DF = EF = (P.n 11 = 1.o) que Concurriran en el punto F: Digo que este es el Centro del Circulo, donde haziendo Centro con el ynterbalo FB = se formarà el Circulo que se pide; porque el Centro se halla en la perpendicular DF = (P.n 1.a de este) luego por la misma Razon se halla en la perpendicular EF! luego en el Concurso de las rectas dhas. que es F: esta el Centro del Circulo que se pide, luego &. q. era deal

Propocíssion = 26 =

en-

En Círculos, yguales, yguales Angulos ynsis-
ten sobre yguales Circunferencias; ô esten for-
mados en los Cent.s ô en las Circunf.s

Enlos Círculos ABC = DEF: esten formados
enlos Centros G = H = los Ang.s AGC = EHF: Digo:
quellas Circunf.s AC = EF: son yguales; tirense
â quales quiera punto dela Sircunferencia las
Rectas AB = CB = ED = FD = y por q. enlos
triang.s AGC = EHF = los lados GA = GC = del
uno, son ygs. âlos dos lados HE = HF del otro
(def.n 1a deste) y los Ang.s G = y H = Comprehendidos
deellos, ygs. por supoc.n luego las Vases AC = EF:
son ygs. (P.n 4 = 1.o) y por q. los ang.s ABC = EDF:
son mitades delos angulos G = y = H = (P.n 20 = d.te)
seràn yguales Entresi (axo.a 7.o) luego los Seg.s
ABC = EDF: son semejantes (def.n 10 = d.te) luego son
ygs. Entresi (P.n 24 = d.te) tambien los Círculos se
suponen yguales, luego quitando los Segm.s ABC =
EDF

CDF. quedarán los Residuos que son las Circunf. AC = CF. yg. (axo.ª 3.º) ques lo primero = = = =

Sean tambien los angulos ABC = CDF. en las Circunferencias yguales entresí: Digo que las Circunferencias AC = CF. son yguales por q. los ang.s ABC = CDF. mitades de los angulos H = Y = G = (P.n 20 = d.te) luego estos ultimos (ax.ª 6.º) son yguales entresí: luego siguiendo el orden de la demonstracion antes se d.te se prob.ra q. la Circunf.a AC = es ygual a la Circunf.a CF: q. es lo 2.do luego &c.ª =

Propocission 27

En Circulos yguales los angulos que ynsisten sobre yguales Sircunferencias son yguales entresí; ó esten formados en los Centros ó en las Circunf.

En los Circulos ABC = DEF. sean las Circunferencias yguales BC = EF. sobre quienes

ynsisten BAC. EYF. en los Centros. Digo q.
son yguales como tambien los angulos BAC:
EDF. formados en las Sircunf.s que insisten
sobre ygs. Circunferencias; por que si el angulo
BAC. no es ygual al angulo EYF. serà
uno mayor que otro; sea pues el angulo BAC.
mayor que el EYF. y hagase el angulo BAG.
ygual al EYF. (Pro.n 23-1.o) y serà la Circunferencia
BG= ygual à la Circunfa. EF. (P.n 26.) pero la
Circunfa. BC. se supone ygual à la EF. luego la
Circunfa. BG. es ygual à la Sircunferencia
BC (ax.a 1.o) la parte al todo lo que (ax.a 9.o) no pue-
de ser, luego tampoco puede ser el angulo BAC.
mayor q. el EYF. ni tampoco menor por el mis-
mo yncombeniente, luego son yguales. y por que
los angulos BAC. EDF. son mitad de los ang.
BAC. EYF. (P.n 20.-3.o) luego les dha. ang. A. y D.

son

Son yguales (ax.º 7.º) luego los circulos yg.s Que.ª

Proposicion 28=

En Circulos yg.s yguales Lineas Rectas quitan yguales Circunferencias; conviene à saber, la Mayor à la may.r y la menor, à la menor.

En los Circulos ABC= DEF. sean yguales las Rectas BC= EF. Digo que las Circunf. BAC= EDF. como tamb.n las BYC= EXF. busquense los Cent.s G= y= H= (P.n 1.a 3.e) y tiren se las Rectas GB= GC= HE= HF. y por que los Circulos son yg.s por sup.n las Rectas GB= GC= son yg.s y las HE= HF. (Def.n 1.a 3.e) pero las BC= EF. se suponen yg.s luego el angulo BGC= es ygual al EHF. (P.n 8.a 1.o) luego la Circunf.a BYC= es ygual à la Circunf.a EXF. (P.n 26. 3.e) luego si estas se quit.n de los Circulos yg.s dex.n q. da ran los Resid.s BAC= EDF. yg.s (ax.a 3.o) q. es Ube.e =

Pro-

Propocissión = 29 =

En Circulos ygˢ ò yguales Circunferencias dadas, subtenden, ygˢ lineas Rctˢ.

En los mismos Circulo supongˢ las Circunfˢ BYC = CKF yguales. Digo q. las Rctas BC = CF q. las subtenden son ygˢ porq. supuesta la misma constⁿ y suponese ygˢ las circunf. BYC = CKF los angˢ BGC = CHF son yguales (Pⁿ 27. 3ᵉ) y los lados que los Comprehenden tambⁿ ygˢ (defⁿ 3ª 3ᵉ) luego las Rctas BC = CF son yguales (Pⁿ 4ª 1º) que es lo que se havia de demonstrar.

Propocission. 30 =

Cortar una Circunferencia, en dos partes yguales.

Sea la Circunferencia BAC = tirese la Recta BC = dividase por medio en D = (Pⁿ 10 = 1º) y tire la DA = perpendicular à la BC = y que sera (cadena)

la Sircunferencia (en dos partes) yguales en el punto A. tirense las Rectas AB. AC. y en los triangulos ADB. ADC. ay dos lados yguales à dos lados, conviene à saber DB. ygual à DC. por const. DA. comun, y los angulos comprehendidos yguales (ax. 10.) luego el lado AB. es ygual à AC. (4. 1. 10) luego tambien la circunfa. BA. es ygual à la circunfa. AC. luego la dada BAC. esta dividida en dos ptes. ygs. q. es lo q.

Propocission 31.

En qualquier circulo el angulo formado en el semi-circulo es Recto, y el formado en el segmento mayor agudo, y el formado en el segm.to menor obtuso, y el angulo del segmento mayor obtuso, y el del segm.to men.r es agudo.

En el Circulo ABC = tirese el diametro BC
y sobre el formese en la Circunferencia
el angulo BAC con las rectas BA = CA = Digo
que el angulo BAC = es recto alarguese la BA = a
en F = y tirese la AD = al centro del circulo
D = y por que en el triangulo DAC = los la-
dos DA = DC = son yguales (def.ⁿ 15.) seran los
angulos DAC = DCA = sobre la base AC = y,
g. (Pr. 5. = 1º) por la misma razon los angulos
DAB = DBA = sobre la base AB = son yguales
entre si luego el angulo BAC = compuesto de los
dos DAB = DAC = es ygual a los angulos
DCA = DBA = (ax. 1º) pero el angulo FAC =
externo es ygual a los dos ynternos opuestos
ABC = ACB (Pr. 32. = 1º) luego tamb.ⁿ el angulo
FAC = es ygual al angulo BAC = (ax. 1º) luego cada
uno de ellos es recto (def. 10 = 1º) que es lo primero.
Digo lo segundo que el angulo ABC = formado
en

En el Segmento mayor ABC= es âgudo por que los dos ângulos ABC= BAC= juntos son menores que dos Rectos (P.^{ra} 17-1.º) pero esta demonstrado q.^{e} el BAC es Recto, luego el ABC= es âgudo, ques lo segundo.= =

Digo lo tercero que el angulo AEC= forma-do en el menor Segm.^{to} es obtuso por que en el quadrilatero ABCE= ynscripto en el circulo los dos angulos ôpuestos ABC= AEC= son yg.^{s} â dos Rectos (P.^{ra} 22-3.º) pero esta demonstrado que el angulo ABC= es agudo luego el AEC= sera obtuso, ques lo tercero = =

Digo lo quarto que el angulo BAEC= contenido de la Recta BA= y de la Circunferencia AEB es obtuso por que esta demonstrado que el ang.^{lo} BAC contenido de las Rectas BA AC es Recto pero este es parte del angulo BAEC conte-nido de la Recta BA y de la circunferencia AE

AECB- luego este angulo BAC es obtuso q. era lo 4.º

Digo lo quinto que el angulo CAE contenido de la Recta CA y de la circunf.ª AC es agudo por que este angulo es parte del CAF (ax.º 9) contenido de las Rect. CA AF q. este esta demonstrado Recto luego el CAE es agudo q. es lo 5.º

Corolario

De aqui se sigue que si un angulo de un triangulo fuere ygual a los dos juntos, q. el tal sera Recto por que esta demonstrado q. el angulo BAC es ygual a los dos junt. ABC AECB.

Proposicion 32

Si una linea Recta toca a un circulo, y del contacto se tira qualquier Recta que la corte, los angulos que haze la circunf.ª con la sec.te son yguales a

à los angulos que se forman en los segm.s
alternos.

Al Circulo ABCD= toque la Linea EF.
en el punto A= y dedho. punto tirese la
Recta AC= que pase por el Centro, y tirense
las Rectas AB= CB= AD= CD= a los puntos
B= y= D= en la Circunferencia Digo que el
angulo EAC= formado de la tangente, y
secante del Circulo es ygual al angulo
ADC= formado en el segmento alterno como
tambien el angulo FAC= es ygual al ABC=
y por que la AC= passa por el Centro
y esta tirada del Contacto seràn los
angulos EAC= FAC= Rectos (Pr.n 18.) tamb.n
los angulos ADC= ABC= formados en
los semi-circulos son Rectos (Pr.n 31= 3.te) luego
el angulo EAC= es ygual al ADC= y el FAC=
al ABC= (ax.a 12=) que es lo que se havia - - - - -

sea

Sea tambien el Circulo AGBCD a quien toque en el punto A la Recta CF y tire la secante AB y a los puntos G y D en la Circunferencia las Rectas AG BG AD BD el diametro AC y tambien la BC

Digo que el angulo CAB es ygual al ADB y el angulo FAB ygual al AGB por que en el triangulo ABC el angulo CBA es Recto (P. 31 del 3º) luego los otros dos BAC BCA juntos son yguales a un Recto (P. 32 del 1º) porque el + angulo CAC es Recto P. 18 luego es ygual a los dos BAC BCA (ax. 1º) quitese de entrambas partes el angulo BAC y quedará el angulo CAB ygual al BCA (ax. 3º) pero este angulo BCA es ygual al angulo BDA (P. 21 del 3º) por estar en un mismo segmento luego el angulo CAB es ygual

al

al ADB= (ax.ª 1.º) y por q.l en el quadrilá-
tero AGBD= ynscripto en el Circulo los dos
Angulos ôpuestos AGB= ADB= son yguales
â dos Rectos (P.n 22=3.º) y los Angulos CAB.
FAB= son tamb.n yguales â dos Rectos
(P.n 13=1.º) luego los unos son yguales â los o-
tros (ax.ª 1.º) pero esta demonstrado que el an-
gulo CAB= es ygual al ADB= luego el FAB=
tamb.n es ygual al AGB= (ax.ª 3.º) q.l es Boct.ª

Proposicissión=33=

Sobre una linea recta dada escribir un
segmento de Circulo que tenga un ang.º
ygual a un angulo rect.º dado

Sea la Recta dada AC [illegible]
dado sea el [illegible] BAX [illegible] la AC [illegible]
[illegible] AC (P.n [illegible]) y [illegible]
AC [illegible]

A: en el qual [illegible] A: [illegible] del semi-

círculo ABC y a qualquier punto de su cir-

cunferencia como B tiren las rectas AB

CB. Digo que el segmento ABC [illegible] del

ángulo ABC igual al recto dado ADC

por que con el semicírculo ABC el ángulo

formado en la circunferencia como ABC

es recto (... 31 ...) luego por la [illegible] al

ADC = [illegible] [illegible]

Sea también la recta dada YK = el án-

gulo rectilíneo dado GDH agudo, hag-

ase el ángulo KYS igual al GDH (...) y

[illegible]

que corta la KH en la YH con el p-

H: y haciendo C [illegible] C H con el [illegible]

[illegible] KH descríbase el [illegible] KHYO di-

go que sobre la recta KY [illegible]

YMK el que hiziere al angulo YMK ygual al dado GDH por pasar el Circulo por el punto Y por que en el triangulo HYK los dos angulos HYK HKY son ygs por construcion luego los lados HY HK son ygs (5.o 6.o 1.o) luego el Circulo descripto passara por el punto Y y por que la YM es diametro y perp.r a la YL por construcion, sera la YL tangente del Circulo (Cor. 1.o 16.) y por que el Contacto Y sale tirada la secante YK el angulo LYK formado de la tangente y secante es ygual al angulo YMK formado en el segm.to alterno (2.o 32.3.o) pero el angulo LYK es ygual al GDH (constr.) luego el angulo YMK tamb.n es ygual al dado GDH (ax. 1.o) que era lo que

Para

Sea tambien dado el angulo SDF. hallo-
se el arco sobre la KY. el angulo KYD
ygual al SDF. (p. 23. 1.°) y despues la con-
struccion antecedente. Con circulo, y tirense
al punto O las rectas YO. KO. Digo que el
angulo YOK formado en este segm.to es y-
gual al SDF. dado por que [illegible] tiran-
dose por P.L. tangente el circulo en
el punto Y. luego el angulo PYK forma-
do de la tangente, y secante es ygual al
angulo YOK formado en el segm.to alterno
(p. 32. 3.°) pero el 1.° es ygual al dado
SDF. por const. luego el seg.do tamb.n y assi
(cor. 3.°) luego sobre [illegible] un segm.to
de circulo que tenga un angulo ygual

Proposicion = 34.

Dado un Circulo Cortar un segm.to
que reciba un ang.lo ygual a un
rectilineo dado

Sea el Circulo dado ABC y el angulo
rectilineo dado G = tirese la DAF tang.te
al Circulo en A (corol. 16. 3.o) y hagase sobre
la DA en el punto A del contacto el ang.
DAB ygual al dado G = (23. 1.o) Digo que
la AB corta el segm.to ACB = que recibe
un angulo ygual al dado. A qualquier
punto de la Circunf.a como C tirense las
rectas AC = BC y sera el angulo DAB
formado de la tang.te y sec.te ygual al ang.
ACB = puest.o en el segm.to alterno (32. 3.o) pero
el ang.o DAB es ygl al dado G por const. luego el ang.o

AEB [illegible] Es ygual al angulo [illegible] gueo [illegible]

Proposicion 35.

Si dos Lineas Rectas se cortan entresi dentro de un Circulo, el Rectangulo Contenido de los segmentos de la una Es ygual al Rectang.lo Contenido de los segmentos de la otra.

En el Circulo ABCD. Cortense las dos Lineas Rectas AC. BD. En el punto E. Digo que el Rectangulo AEC. Es ygual al Rectangulo BED. Porque siendo E. Centro las Rectas EA. EB. EC. ED. Son yguales Entresi (def. 15.) luego los Rectang.s AEC. BED. seran yg.s (def. [illegible]) è yg.s Entresi (P.r 16. 1.o) que es Lo. [illegible] - - - - -

En el Circulo FGHY. Pase la Recta FH por el Centro K. y corte à la GY. que no pasa por

por el Centro Cortó partes yguales en M.

Digo que también el Rectangulo S.M.H. es y-
gual al G.K.Y. tirense las Rectas .X.Y.-K.G.
y siendo la G.Y. por medio con la Recta .S.H.
que pasa por el Centro la Cortará en angu-
Rectos ([illegible] 3.ª 3.º) y por que la Recta .S.H. es-
ta Cortada por medio en K. y en partes des-
iguales en M. el Rectangulo .S.M.H. de las
partes desiguales junto con el qq.do de la K.M.
q̃ es intermedia, es ygual al qq.do K.H. de la mi-
tad (P.n 5.a-2.º) ó de su ygual K.Y. (def. 15.) (ax. 1.º)
pero el qq.do de la K.Y. es ygual a los qq. de la
K.M. y de la M.Y. (P.n 47-1.º) luego el Rectangulo S.-
M.H. junto con el qq.do de la K.M. es ygual
a los qq. de la K.M. y M.Y. (ax. 1.º) quitese de
entrambas parte el qq.do de la K.M. y queda
(ax.ª 3.º) el Rectangulo S.M.H. ygual al qq.do de la
M.Y.

MZ= y por que la GZ= se supone Cortada por medio en M= (el qq.do) de qq.do de la MZ= será el rectangulo GMZ= luego es ygual al rectang.lo FMH= q.e es lo q.e se = = = = = = = = = = = =

Sea también el Circulo ABCD= y corte el diametro ACE= à la recta BD= q.e no passa por el Centro en partes desiguales en O= Digo que el rectangulo AOC= es ygual al BOD= Cortese la BD= por medio en F= (P.n 10=1.o) y tirese del Centro E las rectas EF= ED= y por que la recta EF= Corta por medio à la BD en F será el angulo EFD= recto (P.n 3.o d.e) y por que la AC= esta Cortada por medio en E= y en desiguales en O= será el rectangulo AOC= de las ptes. desiguales junto Con el qq.do de EO= de la parte yntermedia, ygual al qq.do de EC= de la mitad (P.n 5.a 2.do) pero el qq. de la EC= es ygual al qq.do de la ED= (D.e 15=) (P.n 46=1.o) luego el rectangulo AOC= junto Con el qq.do de la EO=

CO = son yguales al quadrado de la CD = (ax.^a 1.^ro).
y pero el quadrado de la CO = es ygual à los qq.
de las CF = y = FO = (P.^r 47 = 1.^o) luego el Rectangulo AOC =
junto con los qq.^s de las CF = y FO = son yguales
al qq.^do de la CD = (ax.^a 1.^o) tambien el qq.^do de la CD =
es ygual à los qq.^dos de las CF = y = FD = (P.^r 47 = 1.^o) luego
el Rectangulo AOC = junto con los qq.^s de las CF.
y FO = son yguales à los qq.^s de las CF = y FD =
(ax.^a 1.^o) quitese de entrambas partes el qq.^do co-
mun de la CF = y quedarà el Rectangulo AOC =
junto con el qq.^do de la FO = ygual al qq.^do de la
FD = (ax.^a 3.^o) y por que tambien la BD = es
cortada por medio en F = y en partes desiguales
en O = serà el Rectangulo BOD = junto con
el qq.^do de la FO = ygual al qq.^do de la FD = (P.^r
5.^a 2.^o) pero esta demostrado que el Rectangulo
AOC = junto con el qq.^do de la FO = es ygual al
qq.^do de la FD = luego dho. Rectangulo con dho.
qq.^do es ygual al Rectangulo BOD = junto con el mismo
qua

quadrado A.D= (ax.º 1.º) quitese de ambas ptes. el qq.do dela A.D= y quedarà (ax.º 3.º) el Retang.lo A.D.C= ygual al Retangulo B.D.D= q. es Vct.m=

Finalmente en el Circulo G.H.Y.L= tiren-se las Rectas M.L= H.K= que no pasen por el Centro que se Cortan en el punto A= (Di-go que los Retangulos H.A.K= M.A.L= Congg.s Busquese el Centro P= (P.º 1.º 3.º) y tirese el dia-metro G.P.A.Y= luego por la demonstracion an-tecedente el Retangulo G.A.Y= es ygual al H.A.K= y por la misma el referido Retangulo G.A.Y= es ygual al M.A.L= luego (ax.º 1.º) el Retangulo H.A.K= es ygual al Retang.lo M.A.L= q. es Vcta=

Proposicion 36=

Si fuera de un Circulo se toma un punto, y desde el à la Circunferencia Caen dos lineas Rect.s la una tangente, y la otra secante el Retangulo Contenido de toda la secante

y el de su parte entre el punto y la
Circunfa. Convexa es ygual al qq.
de la tangente.

Sea el Circulo MBD= y fuera del conocido el punto A= de donde Cuyan las Rectas AB= tangte. al qual Circulo y la AD= Secante que pase por el Centro C= digo que el Rectangulo D.A.M= es ygual al qq. de la AB= tirese la Recta BC= y porque la MD= esta Cortada por medio en C= y se le añade directamente la MA= Luego (P.o 6=2.o) el Rectangulo D.A.M= junto Con el qq. de la mitad MC= son yguales al qq. de la AC= y pues la MC= es ygual a la BC= (Def.a 15=1.o) luego los qq. son yg.s (P.o 46=1.o) luego el Rectangulo DAM= junto con el qq. de la BC= son yg.s al qq. de la AC= (ax.a 1.o) y por que el Angulo ABC= es Recto (P.o 18=3.o) el qq. de la AC= será ygual a los qq. de las AB= y BC= (P.o 47=1.o) luego el Rectangulo DAM= junto Con el qq.

qq.do de la BC= es ygual à los qq. de las AB= y BC=
(ax.º 1º) quitese de entrambas partes el qq.do de la BC=
y quedarà el Rectangulo DA= ygual al qq.do de
la AB= que es lo primero = = = = = = =

Sea lo segundo en el Circulo AHCL= y el punto
dentro E donde se cortaràn las CF= en qq. de dicho
Circulo, y la EA= sea &c; Digo, tambien que
el Rectangulo ACL= es ygual al qq.º de la tang.
AF= ò segmento el Centro G=(P.ª 8.ª [illegible]) y tirese
la GY= perpendicular à la LH=(P. 12= 1.º)
que la cortarà por medio (P.ª 3.ª [illegible]) y tirense las
Rectas GL= GC= GF= y por que la Recta LA= es-
ta cortada por medio en Y= y dentro de ella
directamente la AC= serà (P.ª [illegible]) el Rectangulo
ACL= junto con el qq.do de la LY= ygual al qq.do de
la CY= añadase de entrambas partes el quadrado
de la GY= y quedarà (ax.º 2.º) el Rectangulo ACL=
junto con los qq. de las GY= LY= yguales à los qq.
de-

de las IY. = BY. = pero estos quadrados ultimos, [illegible] vios qq. de las IY. = BY. son qq. [illegible] yguales, al qq. de la CG. (P. 47. = 1°) luego el triangulo [illegible] CL. = junto con el qq. de la LG. = [illegible] ygualdo al qq. de la CG. = (ax. 1°) pero la LG. = es ygual a la GF. [illegible] (10) luego sus qq. seran yguales (P. 46. 1°) luego el triangulo [illegible] CL. = junto con el qq. de la [illegible] son ygl. al qq. de la CG. = (ax. 1°) pero los qq. [illegible] ygual a los qq. de la CF. y [illegible] (P. 47. = 1°) porque el Angulo [illegible] es Recto (P. 18. [illegible]) luego el triangulo [illegible] CL. = junto con el qq. de la [illegible] son yguales a los qq. de las CF. = y [illegible] (ax. 1°) quitese de Comun [illegible] partes, el qq. de la [illegible] y quedara (ax. 1°) el triangulo [illegible] CL. = ygual al qq. de la CF. que es [illegible]

Corolarios

1.° De aqui se sigue que [illegible] de un Circulo [illegible] un punto, y [illegible] el [illegible] de la Circunferencia. [illegible] Circulo, que [illegible] Rectangulos [illegible]

pte.

parte exterior a Ciecu el punto y la Circunferencia

conviene saber que si Como las rectas AFC.

AGD. tiradas del punto A al Circulo BCDE

tire la tangente AB (P. 17. 3.) quiere decir que el Re-

ctangulo CAF es ygual al quadrado de la AB (P. 36. 3.)

y por la misma el Rectangulo DAG sera ygu-

al al quadrado de la AB. luego el Rectangulo CAF es

ygual al DAG. que se queria demostrar = = = =

2.º Sigue lo segundo que de un punto fuera de

un Circulo se tiran dos tangentes, que seran yguales.

Como del punto A tiradas las tangentes AB, AC

(P. 17. 3.) por que el Rectangulo DAG es ygual al

quadrado de la AB (P. 36. 3.) y por la misma el Rectangulo

DAG es ygual al quadrado de la AC. luego el quadrado

de la AB es ygual al quadrado de la AC (Ax. 1.) luego

las rectas AB, AC son yguales (P. 46. 1.) que es lo que se queria demostrar = =

3.º Sigue lo 3.º que de un punto fuera del Circulo

no se pueden tirar mas que dos tangentes Como

El

Del punto H: no se pueden tirar mas que dos tangentes HY=HL: por que si pudiere tirar mas sea tambien HR tangente luego (p.° el consi.te ant.e) estas tres serán yguales lo que no puede ser (P. 8. 3.) porq. las que van al Centro (P. 7. 3.) siendo la HK. sea la HY. mayor que la HR. y esta mayor que la HR: luego (Prop.) que es [illegible]

4.° .... Si que la [illegible] quedó dicho queda fuera del Círculo caen de la Circunferencia dos rectas yguales como HY=HL: y la una es tang.te al Circulo como la HY: la HL: tambien lo será. Tirense las rectas HY=HL: y en los triangulos HYK=HLK: los tres lados del uno son yg.s á los tres del otro cada uno á su igual HY ygual á HL: por suposic.n KY ygual á KL (def. 15.) KH: comun luego (P.a 8.a 1.°) el angulo HYK: es ygual al HLK pero el HYK: es recto (P.a 18. 3.a) luego el HLK. tamb.n es recto, y assí luego la HL: es tang.te al circulo (P. 16. 3.a) [illegible]

Pro-

Proposición 37=

Si fuera de un Círculo se señala un punto, y desde él caen dos Rectas al Círculo la una Secante, y la otra que llega à la Circunfª, y el Rectángulo de toda la Secante y la parte exterior entre el punto y la circunfª. fuere ygl. al qq. de la que llega; la que llega à la circunfª. esta será tangte. del círculo.

Sea el Círculo BCD= y el punto de fuera A= y tírese la AC= secante del Círculo, tho. q. pase por el Centro E= y tírese tamb.n la AD= que llegue à la Circunfª, y el Rectángulo CAF= es ygual al qq. de la AD= Digo que esta es tangente al Círculo. Tírese la AB= tangente (p. 17= 3º) y tírense tamb.n las EB= ED= y será el ángulo ABE= recto, y el Rectángulo CAF= será ygual al qq. de AB= (p. 36= 3º) y tambien el Rectángulo CAF= supuesto ygual al qq.

de la AB= luego los q.q. de las AB= y AD= son
yguales (ax.o 2.o) luego las rectas AB= y AD= son
yguales (ax.o 10.o) y por que en los triangulos ABC=
y ADC= los lados CB= y CD= son yguales (sup.s)
y los AB= AD= por demost.n y el lado AC= comun
sera el angulo ADC= ygual al ABC= (p.o 8.o)
pero el ADC= es recto por demost.n luego el ABC=
tambien lo es recto (ax.o 1.o) luego la AB= es tang.te al
circulo que es lo primero = = = = = =

Sea lo segundo con mismo Circulo, y desde el
pu. punto A= se tire la AC= que no pase por
el Centro D, que sale recto ... ABC=
de ygual al q.o de la AB= que sera tang.te
al Circulo por que se demostrara como ant.s
por la misma const.n tirando la recta AC= que
los angulos ABC= ADC= son rectos, y que las rect.
AD= DB= son yg.s y que sera el q.o de la AD=
ygual al q.o de la AB= ...

ygual

ygual el Rectangulo CAG. Ara la ABS. tan

gente del Circulo que es lo segundo luego segun

za [illegible] Circulo &c.

Fin del Libro tercero

✠

Libro. 4.to de los Elementos de Euclides.

Definiciones.

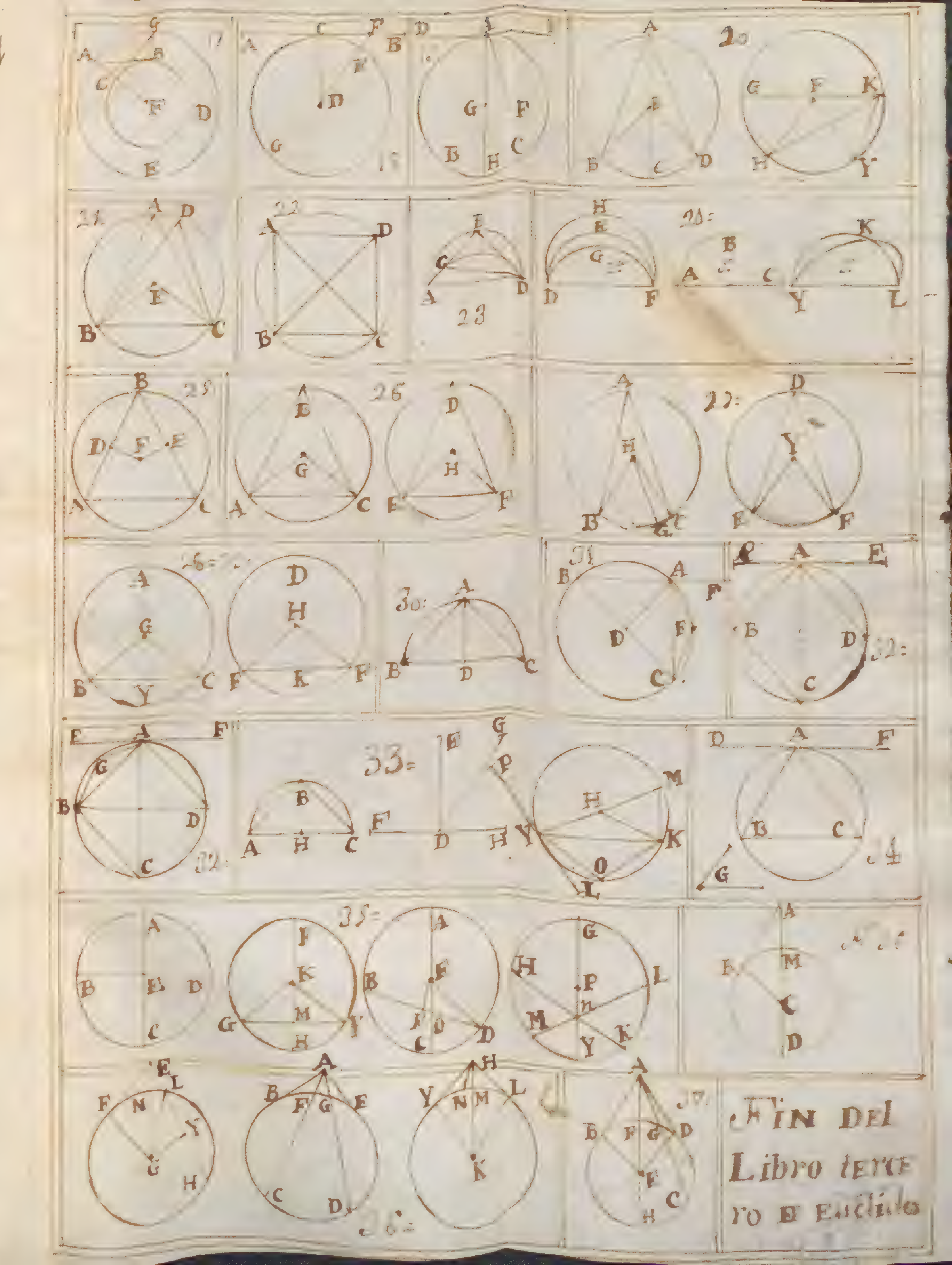
1.ª — Una Figura Rectilinea se dize ynscrivirse en otra Rectilinea quando los angulos de la que se ynscrive tocan los lados de la Figura en quien se ynscrive Como la DEF se dize ynscripta en la Figura ABC = = = = = =

2.ª — Una Figura se dize circumscrivirse en otra quando todos los lados de la Figura que se circunscrive tocan los angulos de la Figura en quien se circumscribe Como la ABC se dize circunscrita à la DEF = = = = = = = = = =

3.ª — Una Figura Rectilinea se dize ynscrivirse en un Circulo quando todos sus angulos tocan la sircunferencia Como la ABC se dize ynscrita en el Circulo ABC = = = = = = = = =

4.ª — Una figura [illegible] a [illegible]

quan



quando todos sus lados tocan la Circunferencia, como la DEF se dize circunscripta al Circulo ABD.

5.° ... Un Circulo se dize ynscribirse en una Figura Rectilinea quando su Circunferencia toca los lados de la Figura como el Circulo ABD se dize ynscrito en la Figura DEF = = = = =

6.° ... Un Circulo se dize Circunscribirse à la Figura Rectilinea quando su Circunferencia toca todos los angulos de la Figura. Como el Circulo ABC se dize Circunscrito à la Figura Rectilinea ABC =

7.° Una Linea Recta se dize acomodarse en un Circulo quando sus extremos tocan la Circunferencia. Como la Linea AB se dize acomodarse en el Circulo ABC = = = = = =

Proposicion 1.ª

En un Circulo dado, acomodar una linea Recta ygual à otra Recta dada, que no sea mayor que el Diametro.

sea

Sea el Círculo BCdD= y la Recta dada A= pidese que en este Círculo se acomode una Recta ygual á la A= tirese el Diametro CD= y si la Recta dada es ygual al Diametro CD= estará hecho lo que se pide y si la Recta dada es menor que CD= se acomodará assi por que el Diametro del Círculo es la mayor Recta que se puede tirar dentro de él (P.º 15. 3.º) y siendo la Recta A= menor que el Diametro CD= cortese de él la CE= ygual á la A= (P.º 3. 1.º) y haciendo Centro en C= con el yntervalo CE= descrivase el Círculo EdB que cortará al dado en dB= y tirese la dC= Digo que esta es la Recta que se pide por que es ygual á la CE (def. 15) y la CE= es ygual á la A= por constr. luego tambien la CB= es ygual á la A= (ax. 1.º) luego la dC= está acomodada en [illegible] Círculo (def. [illegible]) que es lo que se pide.

Proposicion 2.ª

En un Circulo dado ynscrivir un triangulo equi-
angulo á un triangulo dado.

Sea el triangulo dado ABC y el Circulo DEF
donde se ha de ynscrivir el triangulo que se pide.
tirese la DEG tangente del Circulo (p. 16. l. 3) y se
tire la DE en el punto E. Hagase en el
angulo DEG ygual al C (p. 23. l. 1) y tirese la
FE en el punto E. hagase el angulo FEH ygual
al B (p. la misma) y tirese la GH. Digo que el
triangulo EGH ynscrito en el Circulo es equiangulo
al triangulo dado ABC. Por que el angulo DEG
formado de la tangente y secante es ygual al
angulo EHG formado en el segmento alterno (p. 32. l. 3)
por la misma razon el angulo FEH es ygual
al angulo EGH pero el angulo DEG es ygual
al C (por constr.) y el angulo FEH es tambien ygual al angulo
B (por constr.) luego tambien el angulo EHG es ygual
al C y el angulo EGH ygual al B (por constr.) luego

el—

el 3.º angulo GCH = es ygual al angulo A (P.ª 32. 1.º)

luego &c. el circulo dado &c.

Proposicion 3.ª

Al Circulo dado, Circunscribir un triangulo, equiangulo â un triangulo dado.

Sea el Circulo dado DEH y el triangulo ABC = alarguese BC asta G y H y busquese el Centro del Circulo dado (P.ª 1.ª 3.º) que serà Y = y tirese el radio YE = y sobre el Centro Y = hagase el angulo EYD = ygual al ABG = y el angulo EYH = ygual al ACH = (P.ª 23 = 1.º) y por los puntos D, E, H = tirense las tang.s LM = MN = NL = (Cor. 16 3.º) Digo que el triangulo LMN circunscrito al Circulo dado es equiangulo al triangulo ABC = porque en el quadrilatero DYEM = todos sus angulos son yguales â quatro Rect.s (C.º 32. 1.º) pero los angulos YDM = YEM son Rect.s (P.ª 18 = 3.º) luego los otros dos angulos DYE = DME = son yg.s â dos Rect.s (axioma) tambien los angulos ABG = ABC = son yg.s â dos Rect.s (P.ª 13 = 1.º) luego los dos prim.s

son

Son yguales à estos dos. ultimos (ax.ª 1.º) pero el angulo ADC= es ygual al ABG= por contr.
Luego el angulo DAB= es ygual al ABC (ax.ª 3.º)
Assi mismo Se demuestra que el angulo AEC= es ygual al ACB= luego el tercer angulo L= es ygual al tercero A (P.ª 32-1.º) luego &c.

Proposicion 4.ª

En un triangulo Dado ynscrivir un Circulo

Sea el triangulo ABC= Cortense por medio los angulos. ABC= ACB= Con las rectas BG= CG= (P.ª 9=1.º) que Concurren en el punto G= de donde se tiraràn àlos Lados del triangulo las perpendiculares GD= GE= GF= (P.ª 12-1.º) y del punto G= Como Centro Con la distancia GE= describ. el Circulo DEF= Digo que es el pedido porque en los triangulos GBD= GBE= los dos angulos GDB= GEB= Son yg. (P.ª 18-2.º) y los DBG= GBE= Son yguales por constr. y GB= Comun àentramb.
trian-

triangulos luego (Pr. 26. 1.°) los lados GD = GE = son yg. Entresí. y assi mismo el Comparaquitos. Labos. GE = GF. luego todos tres lados que dentro de las perpendiculares GD = GC = GF. son yguales Entresí, lue go el Circulo CDF. toca los lados del triangulo dado ABC. luego (de: 3.ª) Contiene ynscrito el triangulo dado que es lo que se havia de hazer = = =

Proposicion 5.ª

A un triangulo dado Circunscribir un Circulo.

Sea el triangulo ABC. dividanse los lados AB = AC. por medio En los puntos = D = y = E. (Pr. 10. 1.°) y por ellos levantense las perpendiculares DF. EF. (Pr. 11. 1.°) q. Concurriran En el punto F. tirense las rect. FA = FB = FC = Digo que del punto F. centro dist. FA = descrito el Circulo sera el circunscrito al triangulo dado; por que En los triangulos FDA = FDB = los dos lados DA = DB = son yguales por Const. DF. Comun el ángulo. triang. y los ang. com

Comprehendidos, yguales (def. 10 = 1.) luego las bases AF. BF. Son yguales (P.r 4. 1.) = = = = = = =

Assi mismo se demuestra que los lados FA = FC = Son yguales en los triangulos FAC = FCC = luego los tres lados FA = FB = FC = Son ygual. (ax.o 1.) luego el Circulo descrito del Centro F. Con la distancia FA = pasara por los puntos B = C = y Cotara Circunscrito al triang.o dado//

Proposicion 6.a

En un Circulo dado ynscrivir un qq.do -

Sea el Circulo dado ABCD = tirese el Diametro BD = y sobre el tirese el AC = en ang. rect. (P.r 11 = 1.o) y tirense las rectas AB = BC = CD = DA = Digo que el quadrilatero ABCD = es el qq.do que se pide por que los quatro angulos en el Centro E = Son rectos (por constr.on) Eyguales (ax. 12.) luego las Sircunf.s sobre quien ynsisten Son yg. (P.r 26 = 3.o) luego las rectas AB = BC = CD = DA = tam-

también son rectos (P.ª 29. 1.º) luego el quadrilat-
ero tiene todos quatro lados yguales, también los
angulos ABC. BCD. CDA. DAB. todos rect-
angulos como rectos (P.ª 28. 1.º) luego es qq.º (Def. 29.ª)
y está ynscrito en el circulo:

Proposicion 7.ª

En un Circulo dado se circunscribirá un qq.º
Sea el Circulo ABCD. = y tirense los diam.
AC = BD: que se cortan en Angulo rect.
en el Centro E (P.ª 11. 1.º) y por los puntos
ABCD. tirense las tangentes, y.e. GF. FH.
HY. (P.ª 16. 3.º) que concurrirán en los puntos
Y. G. F. H. Digo que el quadrilatero YGFH. es
el qq.º que se pide. Por que los angulos
GAE. YBE. son rectos (P.ª 18. 3.º) y el AEB.
también es recto por construc. luego las rect.
YG. AC. YH. son paralelas (P.ª 28. 1.º) del
mismo modo se prueba que las rectas AY. F.

BD-GH. Son paralelas luego AH es un paralelogramo (P.° 20 1.°) y por las rectas BD. BG. GH. HC. tenemos tantos paralelogramos iguales à los Diámetros AC-BD. (P.° 33. 1.°) luego el paralelogramo AH es equilat.° y tambien equiangulo porque los ang.s A. G. H. Y son yguales à los angulos con centro C. (P.° 34. 1.°) y los angulos con centro son rectos por const.on luego los tres angulos tambien son rectos. luego es qq.do (Def.° 30-1.°) y esta Circunscrito al dicho Circulo porque todos los lados tocan la circunferencia. lo q.e se pedia = =

Corolario

De aquí se sigue que el qq.do circunscrito à el Circulo es duplo del qq.do yncrito en el mismo circulo porque tirando las Rectas BD-AD. el qq.do circunscrito

sera ygual à los qq.s de las BA. DA. (P. 17=1.º)
pero estas Rectas son yguales (P. 4=1.º) luego
los qq.s seran yguales (P. 10=1.º) luego el qq.do
de la BD. es doble el qq.do de la BA. pero
el qq.do de la BD. es el qq.do de la FA. su
consequente porque la BD. es ygual à la 1.ª
como esta demonstrado y el qq.do de la BA. es
el qq.do ynscrito que se formaria tirando las
Rectas BC. DC. luego &c.ª = = = = = =

Proposicion 8.ª

Descrivir un Circulo en un quadrado
Sea el qq.do FH y Cortense sus lados por
medio en los puntos A. B. C. D. (P. 10=1.º)
y tirense las Rectas AC. BD. que se corten
en E. Digo que el Circulo descrito del centro
E. con la distancia EA. sera el que se pi-
de: por que siendo yguales, y paralelas las
lineas FX. GH. sus mitades FA. GC. seran

tambien yguales y paralelas (ax. 7º) luego las Rectas FY = y HG que las juntan tamb.n se ran ygl.s y paralelas (P.n 33=1º) asi mismo IH = FG = son ygs. y paralelas a la AC = y del mismo modo las FY = GH = son ygs. y paralelas a la BD = luego EF = EH = EY = EG = son paralelogramos y las Rectas EA = EB = EC = ED = son yguales a los lados opuestos (P.n 33=1º) pero los opuestos son yguales por cons.n luego las ... Rectas del punto E = son yguales a los lados del qq.do y tam si (ax.º 1º) luego el Circulo descrito del punto E = con la distancia EA = tocara los lados del qq.do y estara ynscrito en el qq.do dado (def. 5ª) que es lo q. se havia de hazer.

Proposicion 9ª

Circunscrivir un Circulo a un qq.do dado.

Sea el qq.do dado ABCD = ... se tiran las

AC =

AC. BD: que se cortarán en e: Digo que
el Círculo descrito del punto e: con la dist.[a]
eA. será el que se pide, porque en el triang.[o]
ABC: los lados BA: BC: son iguales (ref. 20.1°)
luego los angulos sobre la base AC: serán
iguales (P. 5.[a] 1.°) así mismo se demuestra que
los angulos DAC: DCA: son iguales como tamb.[n]
los ABD: ADB: y los CBD: CDB: pero el
angulo D.B. es Recto (D.[n] 20: 1.°) luego los otros
angulos que se han demostrado iguales
son semirectos luego los lados opuestos á
ellos que son eA: eB: eC: eD: son iguales
entre sí (P. 6.[a] 1.[a]) luego el Círculo descrito del c.[o]
e: con la dist.[a] eA: tocará los angulos del q.[do]
y estará circunscrito a él (D.[n] 6.[a]) q. es lo que se dem.[e]

Propocisión. 10:

[illegible]

[illegible]

sobre la linea AB, y sobre ella forma

[illegible] ABC como igual triangulo [illegible] y

de la AC sea igual al qq.do de la AC (Pr.

2.°) y el punto A con la distancia AB

descríbase el círculo ABDE; y se conocerá

que la recta AD es igual a la AC (Def. 15. 1.°)

y siendo la AD [illegible] igual al triangulo [illegible] AD =

la el propuesto, tírese la recta CD, y

Circunscríbase al triangulo ACD el círculo

ACDE (Pr. 5. 4.°), y por que el triang.o

ABC es igual al qq.do de la AC por const.

y la AC es igual a la AD por const. luego sus

qq.dos seran yguales (Pr. 46. 1.°) luego el triangu-

lo ABC es igual al qq.do de la AD (ax. 1.°)

y por que la recta ACB corta al círculo

ACDE, y la recta AD toca a su circun-

ferencia en el punto [illegible] del dho círculo

(Pr. 37. 3.°) y por [illegible] Corolario [illegible]

la

la DC. secante caer el angulo BDC forma-
do de la secante, y tang.te ygual al ang.o
BAC [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible] el angulo CDA ygual-
al el angulo BDA ygual a los angulos CAD
CDA (p. 32. 1.°) y todo el angulo BDA es ygual a
[illegible] (P.° 3. 1.°) luego el angulo BDC tangt.e
es ygual a los angulos CAD CDA tambien
el angulo [illegible] BCD es ygual a los
angulos [illegible] CAD CDA (p.° 32. 1.°)
luego los angulos DBC DCB son yguales
(ax. 1.°) luego las lineas DB DC son yguales
(p.° 6. 1.°) pero la DB es ygual a la AB por
constr. luego la CD es ygual a la CA (ax. 1.°)
luego los angulos CDA CAD son yg.s (p.° 5. 1.°)
pero el angulo BDC es ygual a los ang.s
CAD CDA como se demostró luego el
[illegible] [illegible] la [illegible] BD es duplo [illegible]

angulo Vertical BAD. tambien el angulo ADB sobre la misma base AD. siendo consiguiente ygual al DBA luego tambien es duplo del angulo Vertical BAD (ax. 5.º) luego se ha formado el triangulo Isc. qu. se pide

Corolario

De aqui se sigue que el angulo Vertical BAD. es la quinta parte de dos rectos, ò las dos quintas de un recto; por que todos los angulos de todo triangulo son ygu. à dos rectos (p. 32. l. 1.) ò à cinco quintas ptes. de dos rectos, esta demonstrado que los ang. sobre la base son duplos del Vertical y este es la quinta pte. de dos rectos. luego los ang. sobre la base valen dos quintas ptes. de dos rectos, cada uno. que se pide.

Proposicion 11.

En un circulo dado ynscribir un pentag. equil. y equiangulo.

Sea el Círculo dado DGH. Supongase hecho
ò el el triangulo ABC. cuios angulos sobre
la base AC. dean dupl. del vert. B (P. 10. 4°)
y inscribase en el Circulo dado el triangulo
DEF. equiangulo al ABC. (P. 2. 4°) y dividanse
los angulos DEF. DFE. por medio con las
rectas EH. FG. (P. 9. 1°) y tirense las rectas
EG. GD. DH. HF. Digo que el pentagono
DGEFH. ynscrito en el Circulo es el que se
pide; por que los ang. DEF. DFE. son du-
plos del angulo vertical EDF. por constr.
y estan partidos por medio luego los ang.
DEH. HEF. DFG. GFE. son yg. entre si (Ax. 7°)
luego tambien el angulo vertical EDF. es
ygual à los otros luego las Circunfer.
DG. HF. FE. EG. GD. seràn yg. entre si (P. 26. 3°)
y tambien las rect. DH. HF. FE. EG. GD
seràn yg. entre si (P. 29. 3°) luego el pentagono es equil.

Y por que las Circunfas. GC · DH · congr.
por lo demonstr.do y á Cadambas se añade
la Circunfa. CFH = quedará la Circunfa.
GCFH · ygual á la Circunfa. DGCE = luego
(D.n 27 = 3.o) los angulos GDH = DGC = circunfª.
a un mismo se demuestra que los demas
ang.s del pentagono son ygs. luego es equian-
gulo y equilatero como esta demonst.do luego Reg.r

Corolario

De aqui se sigue que el ang.o del pentagono reg.r
dos es equilatero equiang.lo contiene seis quint.
partes, ó dos terc. y cin quint. partes de
un recto por que el angulo GDH = contie-
ne los tres ang. GDE - EDF - FDH = yg.
entre si por que ynsisten sobre yg.s Circunf.s (D.n [illegible] = 3.o)
que son GE = EF = FH = por demonst.n pero esta
demonstrado (en el Corol.o de la prop.n 10 =) que el
angulo EDF = es decima quinta parte de [illegible]

àvera quinta parte de su lados, y [illegible] que la quint. part. de un lado, luego el [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] tres quint. ptes. de su lados, ó seis quint. ptes. de un lado [illegible]

Otro modo mas

Fasil.

Sea el Circulo dado ABCD: tirense los diametros AC: BD: que se Corten en angulo recto en el Centro E: (P.ª 11: 1º) y Corteze el Radio ED: por medio en F: (P.ª 10: 1º) y haciendo Centro en F. Con [illegible] intervalo FA: describase el arco AG: que Cortara al semidiametro EC en G: y haciendo Centro en A: con el intervalo AG: describase el arco GL: que Cortará à la Circunferencia en L: tirese la AL que será el la[do] [illegible] [illegible] que se pide; y [illegible] la distancia AL: por la circunferencia [illegible] [illegible] los lados LK: KY: YH: HA: y

quedara inscrito el pentagono Regular
en el Circulo dado que es lo etc.° ......

Euclides demuestra en el Libro 13= que
AL es lado del pentagono Regular, y la BC
lado del decagono Regular inscrito en el
Circulo = Sea dada una linea Recta como
AB= y se pide que sobre ella se describa un
pentagono equilatero, y equiangulo. Se Corta
la AB= en el punto C= de tal suerte que
el Rectangulo de la AB= y de la BC= sea
ygual al quad.do de la AC (p. 11 e.) se alarga
la AB hacia una y otra parte = Cortense las
AD= BH= yguales cada una de la AC (p. 3. 1°)
y haciendo Centro en los puntos A= y D=
con el yntervalo AB= describase el Circulo
C= y con la misma distancia AB= haciendo Centro
en los puntos B= y H= describase el Circulo
G= y ultimamente haciendo Centro en los puntos

E= y F

Z y E: describase el Circulo [illegible] que todos ve-
nan [illegible] entre D[illegible] A[illegible] y tiren
se las Rectas AE, EA, AY, ZE, y quedara des-
crito el pentagono [illegible] equila= que se
[illegible] tambien [illegible] Comun[illegible] y que era
[illegible] por que tiene la ED= y
[illegible] el triang.[illegible] CDA= igual
basa DA= E y [illegible] por construcc.n el [illegible]
AC: Ella recta AB: y los lados EA y ED=
[illegible] la AB: y [illegible] (Euclid.
[illegible]) quod angulo EAD: Es igual a [illegible]
[illegible] de los Rectos, luego [illegible] ang.
EAD: [illegible] quinta parte de dos Rectos
([illegible]) luego el angulo CAE= [illegible]
de dos Rectos, como lo que hace el angulo
del pentagono Equila. como queda dho. Coroll.
[illegible] Del mismo modo [illegible]
[illegible] las demas ang. [illegible]

[illegible]

Propocisíon 12.

Circunscrivir un pentágono regular a un Círculo dado.

Sea el Círculo AC: Inscrívase en él el pentágono regular ABCDE (p. 11. 4º) y su centro F: tírense las rectas FA, FB, FC, FD, FE: y las tang. al pentágono, y dichas rectas formarán las paralelas GH, HI, IK, KL, LG (p. 16. 3º) que tocarán al Círculo en los puntos A, B, C, D, E. Digo que el pentágono GHIKL es el que se pide. Tírense las rect. FG, FH, FI, FK, FL, y porque [illegible] [illegible] [illegible] las IB, IC tang. al Círculo serán yg. (Coroll. 2º. 16. 3º) y porque [illegible] tienen IFB, IFC [illegible] sus lados yg. a los lados [illegible] [illegible] [illegible] igual a [illegible] (p. 15.) [illegible] y la [illegible] igual a la IC [illegible] [illegible]

el Angulo BFY. es ygual al YFC. y el angulo BYF. ygual al angulo CYF. luego el angulo BFC. es duplo del YFC. y el angulo BYC. es duplo del CYF. assi mismo se demuestra que el angulo BFA. es duplo del angulo AFX. y el ang. BYX. duplo del angulo AYX. pero los ang. BFC. BYC. son todos dos yguales [illegible] por que [illegible] [illegible] Circunferen. BC. CD. luego sus mitades YFC. XFC. son yguales entre si (ax.º 7º) tambien los complem. YFC. XFC. seran yguales; y los dos angulos [illegible] [illegible] YFC. ygual al XFC. por demonst.ⁿ el angulo FCY. ygual al FCX. (P.º 10.º) y el lado FC. comun luego los triang. FYC. FXC. son yguales y sus lados YC. XC. tamb. yguales (P.º 25.º) luego YX. es [illegible] del YC. assi mismo se demuestra que YF. es duplo de [illegible] y que los YF. XF. son yguales

XF.

y iguales luego DK. TK. ... iguales (ax.º 6.º) El mismo modo se demuestra que los lados HG. GL. LK. son iguales. luego el pentág. es equilatero. Digo que tambien es equiangulo; porque los ang. HYC. LKC. son iguales, y tambien los mitades de los ang. HYC. CKL: como esta demostrado luego los ang. enteros son iguales. (ax.º 6.º) El mismo modo se prueba que los ang. BHG. HGL. GLK: son iguales luego el pentagono es equilatero, y equiangulo. Luego esta circunscrito.

Corolario

De aquí se sigue que si en un Circulo se inscribe una figura regular, y por los angulos se tiran tangentes al Circulo, se formará otra figura semejante a la primera, que será circunscrita al mismo Circulo y lo demostrado del mismo modo que en

el pentagono.

Pro-

Proposicion. 15.

Ynscrivir en un Circulo vn pentagono Regular.

Sea el circulo [illegible]. Describase prime-
ro [illegible] que tenga sus ang. [illegible] como [illegible]
[illegible] con sus [illegible] [illegible] y [illegible]
[illegible] y tirense las rectas [illegible]
[illegible] y [illegible] lados [illegible] la prop.
[illegible] (P. 1. 1°) Digo que [illegible]
[illegible] el circulo [illegible]
[illegible] por que [illegible] triang. [illegible]
[illegible] los lados [illegible]; [illegible] y [illegible]
[illegible] comun y los ang. [illegible]
[illegible] correspondientes [illegible] lados son ig. [illegible]
[illegible] luego (P. 4. 1°) las bases [illegible] seran ig.
luego tambien seran ig. los ang. [illegible]
pero el angulo [illegible] es mitad del angulo [illegible]
que es [illegible] luego tamb. el angulo [illegible] es mitad
del [illegible] (con. 5) [illegible] el angulo
[illegible]

y KL: por medio con la recta NK. assi mismo se demuestra que el angulo KLG. con que podra ser medio con la recta LF. y el angulo LGF. con la recta NG. y por que todos triang. NLF, NGF son dos ang. yg. cada ang. tambien [illegible] NCB. ygual a NCA. por const. y el angulo NAF ygual al NBF. (D. 10.) y el lado opuesto NF comun luego (P. 26. 1.) AF es ygual a AB. Assi mismo se demuestra que NC. ND. NE son yg. luego el Circulo descrito [illegible] N. Con la distancia NA passarà por los puntos B. C. D. E. y estara ynscrito en el pentag. por que los lados [illegible] son tangentes.

El Circulo q. se.

Corolario.

Del mismo modo se ynscribira un Circulo en qualquiera otra figura regular, dividiendo por medio los dos ang. ynmediatos, y

tirando desde el punto del Centro perpendic.

à los lados de la figura q se determinarán ser

ygs. como en la antecedente.

Proposicion 14.

Circunscribir un Circulo à un pentag.º Regular.

Sea el pentagono ABCDE. partanse por medio

qualesquiera dos ang.s ygualados como BC,

CD. por la 9.1.º con las rectas FC, FD, que con

curriran en el punto F. Digo: que el circulo

descrito del punto F con el intervalo FB, es

el que se pide. tirense las rectas FA, FE, FD.

y porque en los triang.s FBC, DCF los

lados yg.s à sus lados ... yguales

BC, por sup.n BF comun à entrambos, y

los ang.s comprehendidos dellos yg.s por const.

luego (4.1.º) las bases FB, FC son yg.s y el an

gulo BCF ygual al DCF, pero este es mitad

del angulo BCD, por const. luego tambien el

...

angulo BF'C igual al angulo BAE (pr. 5.)
del mismo modo se demuestra que los angulos
F'CD: EDC. [illegible] en todo [illegible] FC.
F'C = F'D y por que tambien el angulo BDF'
los dos angulos BF' y EF' son iguales por de-
monstracion luego los lados BF' EF' son igs.
(p. 6. 1.) asi mismo se demuestra que los
demas lados F'C. F'D. F'E. son iguales
luego el circulo descrito del punto F' con la
distancia F'B. pasara por los p.tos C. D. E. F.
y sera circunscrito al pentagono.

Corolario

Del mismo modo se circunscribira
un circulo a otra figura regular [illegible]
endo los dos ang.s inmediatos por medio
y haciendo centro en el punto de concurso de las
lin.s q. la div.n con el radio q. [illegible] [illegible] de
[illegible] [illegible] [illegible] luego [illegible]

F 20

Proposición 15.

[illegible] el Círculo [illegible] BCE [illegible]

[illegible] BGC [illegible]

[illegible] B C [illegible]

[illegible] el Círculo [illegible]

[illegible]

[illegible] que el Círculo [illegible]

[illegible] por que los [illegible]

[illegible] (prop. 12) luego [illegible]

[illegible] BDE DCE [illegible]

[illegible]

[illegible] parte [illegible]

[illegible] tercios [illegible] Como el

[illegible]

el ángulo [illegible]

luego el ángulo [illegible]

[illegible] luego [illegible] tang.

[illegible]

BAE = lo ygual àla .2.ª por [illegible] (3.º 13. 1.º)
luego [illegible] [illegible] ang. DOE = CBD. BDA [illegible]
[illegible] (n.º 2.º) luego los [illegible] si [illegible]
[illegible] yguales [illegible] (3.º 13. 1.º) [illegible]
ABC = CBD luego [illegible] [illegible] ang. [illegible] C [illegible]
yg.ᵉˢ luego los [illegible] AB = BC = CD = DE = EA = AB.
[illegible] (3.º 16. 2.º) luego las [illegible] AB = BC = &c. [illegible]
yg.ˢ (3.º [illegible]) luego el [illegible] [illegible] equilatero yg.
[illegible] la circunfer.ª BC [illegible] [illegible] yg.ᵉ
àla CF [illegible] [illegible] [illegible] la [illegible]
[illegible] CDE [illegible] la Circunfer.ª BCDEA
ygual àla Circunfer.ª ABCDE = (n.º [illegible]) pues
la Circunfer.ª BCDEA [illegible] el angulo
BAE [illegible] del Circunfer.ª ABCDE [illegible] del
angulo ABC luego (3.º [illegible]) los [illegible] ang. [illegible]
yg.ˢ [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
ang. son yg.ˢ [illegible] [illegible] [illegible]
luego el [illegible] [illegible] es equiangulo [illegible]
e.

[illegible] la Circunferencia [illegible]

Circulares

§ [illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

§ [illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

§ [illegible]

[illegible]

[illegible] AC [illegible] AB, CD [illegible]

[illegible] la Circunferencia [illegible]

[illegible]

la

Circunfª. en dos pàrtes ygˢ. y la DE la quarta pte. de toda la circunfª. sera la Recta AE; y por que el angulo ABD es Recto por constr. y el angulo ABC es semirecto, consiguientemente y por la terc. pte. de dos Rectos, ó á su terc. Sera luego el angulo CAD ygual á 1: tercio de un Recto, ó á una sexta pte. de dos Rect. ó á una dozena pte. de quatro Rect. luego que la Circunfª. DC es la dozena pte. de la Circunferencia del Circulo.

8. Supongase lo quarto que sera tirado el Diametro AD, y hecho centro en D con ygual [illegible] al semidiametro DC se descrive el arco BEC, y se tirán las Rectas AB, BC, AC que formarán inscrito el triang.º Equilatero ABC, por que los arcos AB, BC, CA [illegible] cada uno ygual

á su quarta pte. de la Circunf.a del Circulo;
luego las Rectas AB, AC son iguales (P.a 10.a)
5.a ... Siendo la 5.a parte de una Semicircunferencia equiv.te
quando esté el Circulo | Cero AC, comprendida
entre el Diametro AD, que está la 4.a pte.
del Diametro como AD. [illegible] las Rectas AB
BC[illegible]; y todas iguales [illegible] ACBD. [illegible]
BC del [illegible] es igual al BD = [illegible] (P.a [illegible])
[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible] luego [illegible] (P.a 27.a 18.a) [illegible] la [illegible]
[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible] pte. de la Circunf.a del Circulo;
luego la [illegible] [illegible] [illegible] DH [illegible] [illegible]
[illegible] DH = [illegible] [illegible] DC [illegible]
la quarta pte. del Diametro AD. [illegible]
6.a ... [illegible] la [illegible] del [illegible] del [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] del [illegible] [illegible]
[illegible] AC [illegible] [illegible] ABD. [illegible]
(P.a 31.a [illegible])

(P.ª 21=1.ª) luego el qq.do de la AD es igual a los qq.s de las AB, BD (P.ª 47.1.ª) pero el qq.d de la AB es quadruplo del qq.do de la AC (cor.º [illegible] 15.2.ª) luego los qq.s juntos de las AD, DB es quadruplo del qq.do de la AC (ax.ª [illegible]) como la AC es igual a la DB (P.ª [illegible]) luego [illegible] qq.s [illegible] (P.ª [illegible]) luego [illegible] el qq.do de la AD [illegible] el qq.do de la AC [illegible] el qq.d de la AC luego el qq.do de la AD al qq.do de la AC [illegible] [illegible] 4 a 5. luego el diametro del Circulo es [illegible] con el lado del [illegible] inscripto en el Circulo, por que [illegible] [illegible] [illegible] qq.s [illegible]

Schocolio

Si [illegible] [illegible] AD y [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] (P.ª [illegible]) y [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

de la circunf.ᵃ del Circulo AB q̃ circunscribe [illegible]
AD: siendo las circunf.ˢ de los puntos D, C, E, B,
y juntas las lin.ˢ AD [illegible] q̃ [illegible]
se [illegible] luego sobre la linea AB. Hecho = =

Proposicion 16

Inscribir una figura Regular de quinze lados
y angulos yguales en un Circulo.

Sea el Circulo ABCD y inscribase en el triang.
equilat.ᵒ ABC (P. 2ª L. 4º) y seran las Circunf.ˢ
AB, BC, CA yguales (P. 28 L. 3º) y cada una contendra
cinco de las quinze Cargas de toda
el Circulo, inscribase tambien en el Circulo
un pentagono Regular (P. 11 L. 4º) y sea AD un lado
del pentagono, y contendra la circunf.ᵃ
AD tres de las quinze [illegible]
el Circulo, luego [illegible] [illegible]
AC [illegible] quinzena la circunf.ᵃ DC [illegible]
[illegible] Cada [illegible] [illegible]

correspondte. a la q. es de la quinzeava pte. de
de la circunfª del circulo. Tirando las de estas
y será cada uno lado dela figura que se pide
y transfiriendo esta distancia de por la circunfª
y tirando las demas de esta distancia quedará ygns-
crita en el circulo la figura de quinze lados
ygs. pero tambien tiene quinze angs. ygs. pa-
[illegible] y sexta sobre [illegible] (lug. [illegible])
dha. figura es equiangula; luego. sea ynscrita.

Corolario

Del mismo modo se ynscribirá en el circ.
qualquiera Figura regular, describien-
do en el [illegible] cuyo producto de sus
lados sea ygual a los lados de la figura
reg. que se pide ynscrivir; como en esta
de los lados [illegible] [illegible]
unidos a lados de la Figura que se ha
de ynscribir, [illegible] [illegible]

fig.a de quinze lados equiangulo. En el Circulo un
triangulo, y un pentagono, por que sacando del
triang.lo por 5 veces del pentagono hacen quince
que son los lados de la fig.ra que se ha de inscrib.ir
y porque la diferencia de [illegible] es 1 = uno lado
Contendra el arco DC = un lado dela fig.ra de
quinze lados. Si se quiere inscribir una fig.ra
de veinte, y quatro lados, se buscaran dos fig.s
regulares cuios lad.s [illegible] veinte, y quatro, como
sera el exagono, y el oct.o y suponiendo ser el
lado AC = del oct.o y BD = del exagono la diferen
cia de un lado entre los dos q. es lo q. contiene
el arco DC de 2/24 = 1/12 y assi dividida por
medio, y cada una de [illegible] sera como un lado
dela nueba Figura.

Fin del Libro quarto de Eucl.d.

Libro Quinto delos Elementos de Euclides.

Definisiones.

Este Libro trata de la Cantidad en Comun; y es en dos maneras que son discreta y continua:
La Cantidad discreta contiene los numeros.
La Cantidad continua, contiene las lineas, superficies, y cuerpos solidos; de todas estas se trata en este Libro debaxo deste nombre Cantidad, no en quanto son numeros, lineas, superficies, y solidos, sino puramente en quanto son Cantidad, y se demuestran muchas propiedades de la Cantidad en comun, o absolutamente considerada, y despues se aplican a las Cantidades en particular.

D.n 1.a --- Parte, es una Cantidad menor, respecto de otra mayor; y es en dos maneras, que son aliquota, y

y

y aliquanta: Parte alicota es la Cantidad menor
respecto dela mayor, quando la menor mide a
la mayor, Como 2=3 4 son ptes. alicotas de
12 y de 24= por que el 2 repetido 6=vezes ha-
ze 12 y repetido 12 vezes haze 24= El 3 repetido
4 vezes haze 12 y repetido 8=vezes haze 24=
Y el 4 repetido 3 vezes haze 12= y repetido 6 vez.
haze veinte, y quatro.

Parte aliquanta es la Cantidad menor, respecto de
la mayor, y que repetido algunas vezes, no yguala
a la mayor; pero se Compone de ptes. alicotas, como
5 respecto de 24= que repetido 4=vezes es menor,
y repetido 5 es mayor que 24= pero se Compone
de 5 Unidades, que Cada una es pte. alicota a 24.
ptes. por Cuia Razon se suele llamar la pte. a-
liquanta ptes. y la alicota parte.

2a. Multiplice se llama, la Cantidad mayor respecto
de la menor, quando la menor mide a la
ma...

mayor. Como 24 es multiplice de 12 = de 8: de 6: de 4 = de 3: de 2 y de 1 = y cada uno de estos numer.s simple dicta del 24 = lo mismo se entiende de lineas superf.s y cuerp.s

3.a ... Razon es el respecto, ó Relacion mutua, ó reciproca que tienen entre si dos Cantidades de una misma Especie segun la Cantidad de ella, como linea con linea, superficie con superficie, solido con solido, y numero con numero &c.

Comparanse segun la Cantidad, en quanto la una es ygual, mayor, ó menor que la otra; y asi, la Comparacion de una Linea en quanto blanca, ó otra en q.to negra, ó de otro Color no es lo que aqui se define.

4.a ... Proporcion es la semejanza de dos Razones. Dicese que dos Razones son semejantes, yguales, ó una misma, quando tiene la una Razon con la otra, y los term.s en que se forma esta propied.d

se-

se llaman proporcionales, como si la Cantidad A:3: se compara á la B:9. y la C:5: se compara á la D:15: La Razon que la A: tiene á la B: es la 3ª p.te y la Razon de la C: á la D: es tambien la 3ª p.te. Estas Razones son semejantes, iguales, ó una misma, y la semejanza de ellas se llama proporcion. De aqui se dá que quando ay Respecto, ó Relacion entre dos términos, se llama Razon, y quando entre tres, ó quatro se llama proporcion, porque entonces abra dos Razones. si se comp.an el 1º al 2º y el 3º al 4º.

Division de la Razon.

Quando la Razon de dos Cantidades se puede explicar con numeros como la que ay entre dos Cantidades Commensurables se llama Razon Racional; pero sino se puede explicar con numeros como la que ay entre dos Cantidades, son incommensurables se llama Razon irracional.

Can-

Cantidades Commensurables son las que tienen una medida Comun. Cantidades ynconmensurables son las que no la tienen, Como el lado del qq.^do y su Diagonal, el Lado del triangulo Equilatero ynscrito en el Circulo, y el diametro del mismo Circulo (coi = 6 = P 15 = 12).

La Razon Requiere dos terminos, el 1.^o que es à quien se Compara se llama antecedente, y el 2.^o à quien se hace la Comparacion se llama conseq.^te el antecd.^te ò es ygual à su conseq.^te ò mayor ò menor. Si es ygual à su conseq.^te se llama razon de ygualdad, si es mayor que su conseq.^te se llama razon de mayor desigualdad y si es menor que su conseq.^te se llama razon de menor desigualdad. =

La Razon de mayor desigualdad, es en 5. maneras Combiene à saber; Multiplice = superparticular = Superpartiente = Multiplice Superp.

y multiplice superparciente = = = = = = =

Razon Multiplice es, quando la mayor Cantidad, contiene justam.te ala menor alg.s vez. como 12 respecto de 4 que la contiene 3 vezes justam.te El multiplice toma el nombre de las bez.s que contiene ala menor Cantidad, y assi si la contiene dos vezes se llamará duplo. 3 vezes, triplo, y quatro vezes, quadruplo. u.a respecto de lo qual el 12 = es triplo de 4 = Sigue. como el mismo nombre de las vezes que esta contenida tiene multip.ce añadiendole la particula sub. y assi se llamará subduplo si la contiene 2 = vezes. subtriplo, si la contiene 3 = bezes. subquadruplo si la contiene 4 vezes, lo mismo se debe entender en las quatro siguientes Definiciones = = = = = = = = = = = = = = =

Razon Superparticular: Es, quando la mayor Cantidad contiene ala menor una vez, y una parte aliquota suya, como se dirá, y entonzes se llamará

.s.

Sesquialtera, ó una 3.ª pte. y se llamará Sesquitercia, ó una 4.ª pte. y se llamará Sesquiquarta &c. tomando siempre el nombre dela parte alíquota que Contiene demas dela menor Cantidad. Como la Razon del 6 al 4 por que el 6 contiene al 4 una vez, y media, se llama Razon sesquialtera, y la Razon del 4 al 6 es Subsesquialtera.

Razon Superparticiente es quando la mayor Cantidad contiene una vez á la menor, y dos ptes. alíquotas suyas, que todas juntas no compon. una pte. alíquota, Como en la Razon de 8 al 5 en que el 8 Contiene al 5 una vez, y tres Unidades, y Cada una es pte. alíquota del 5 y todas tres juntas no la componen, y se llama Supertripartiente 5.ª tomando el nombre delas Unidades, que ay demas dela pte. menor con el aditamento de 3.ª 4.ª 5.ª &c. Conforme fuere la Unidad dela pte. menor

Y

y porque le sobran tres unidades sobre esta Cantidad menor, y cada una es quinta pte. del sinco, se llama superteirpaciente quinta; y la Razon del 5: al 8: es subsupertripaciente quinta. =

Razon Multiplice superparticular es, quando la Cantidad mayor, incluye àla menor algunas vezes, y una pte. alicota suya. Como la Razon del 5: al 2: es dupla sesquialtera, porque el 5: contiene al 2: 2: vezes, y media, y la Razon del 2: al 5: es subdupla sesquialtera. = = = = = =

Razon multiplice superpaciente es quando la mayor Cantidad contiene alg.s vezes àla menor y algunas ptes. alicotas suyas; que todas juntas no componen ptes. alicotas suyas. Como la Razon del 8 = al 3 = que contiene el 8 al 3. dos vezes, y dos unidades que juntas no compone pte. alicota del 3: y se llama dupla superbipaciente tercias. y la Raz.n del 3 = al 8 = es subdupla superbip.te tercias.

Tabla dela Razon que tienen los numeros comprehendidos entre el vno, y el 60::

1. A. 60. Sub. [illegible]	21. Sub-dupla sup. [illegible]	41 Sub. sup. [illegible]
2. Sub. triginc[illegible]	22 Sub-Dupla [illegible]	42 Sub. [illegible]
3. Sub. [illegible]	23 Sub. Dupla sup.e decin. quatrip.te vig.ma tercia	43 Sub. sup.e dez.n sept.n p.te quatrag.ma tercia
4. Sub. quindecupla	24 Sub. Dupla [illegible]	44 Sub. [illegible]
5. Sub. Duodecupla	25 Sub. Dupla [illegible]	45 Sub. Sexquialtera
6. Sub. Decupla	26 Sub-Dupla sup.e quatrip.te decimatercia	46 Sub. sup.e septemp.te vig.ma tercia
7. Sub. octupla superquadripar.te septima	27 Sub. Dupla supertrip.te nona	47 Sub. sup.e tridez.n p.te quatrag.ma septima
8. Sub. [illegible]	28 Sub. Dupla [illegible]	48 Sub. [illegible]
9. Sub. [illegible] nona	29 Sub. Dupla Sup.e bip.te vigesima nona	49 Sub. sup.e vndez.n p.te [illegible]
10. Sub. [illegible]	30 Sub. Dupla	50 Sub. Sesqui quinta
11. Sub. [illegible]	31 Sub. Sup.e vigintinoven p.te trig.ma prima	51 Sub. sup.e nonin p.te quinquag.ma prima
12. Sub. quintupla	32 Sub. [illegible]	52 Sub. [illegible]
13. Sub. [illegible]	33 Sub. [illegible]	53 Sub. [illegible]
14. Sub. [illegible]	34 Sub. [illegible]	54 Sub. [illegible]
15. Sub. quadrupla	35 Sub. [illegible]	55 Sub. [illegible]
16. Sub. tripla [illegible]	36 Sub. [illegible]	56 Sub. [illegible]
17. Sub. tripla [illegible]	37 Sub. sup.e vigintitrip.te trig.ma septima	57 Sub. sup.e trip.te quinquag.ma septima
18. Sub. tripla [illegible]	38 Sub. sup.e vndecin p.te dezima nona	58 Sub. Sexqui vigesima nona
19. Sub. tripla supertriparciente dez.ma nona	39 Sub. [illegible]	59 Sub. [illegible]
20. Sub. tripla	40 Sub. [illegible]	60 Igual

Si atodos los numeros Citados, se les quita la particula sub. sera la Razon que tiene el 60. atodos hasta fenezer en 1. y se pueden continuar estas Razones hasta donde se quisiere.....



5.ª Entonzes se dize que entre dos magnitudes ay razon, quando la una dellas repetida algunas vezes exsede â la otra, y por esta causa entre una magnitud finita, y otra ynfinita no puede aver razon, por que la magnitud finita, aunque se repita quanto se quisiere no puede exseder, ni tanpoco ygualar â la ynfinita. =

6.ª Quatro cantidades estan en una misma proporcion como la 1.ª â la 2.ª assi la 3.ª â la 4.ª quando tomando qualquiera ygualmente multiplices de la 1.ª y 3.ª y otro qualquiera ygualmente multip.s de la 2.ª y 4.ª sussede que los multip.s de la 1.ª y 3.ª juntamente son ygs. mayores, ô menores que los ôtros multip.s juntos de la 2.ª y 4.ª

Sean las magnitudes A = B = C = D = y tomese de la 1.ª A = y de la 3.ª C: quales quiera ygualm.te multip.s y de la 2.ª B = y 4.ª D = ôtros quales quiera ygualmente multip.s si en todos los possibles multiplic.s sucediere

quelos dela 1.ª y 3.ª Cantidad ~~[illegible]~~ son yguales âlos dela 2.ª y 4.ª Como enlos 1.ros multip.s susede, ô son mayores Como enlos 2.s ô son menores como enlos 3.s Entonzes se dira quela 1.ª Cantidad A = âla 2.ª B = tiene la misma Razon quela 3.ª C = â la 4.ª D = lo mismo sedeue entender quelas Cantidades propuestas en numeros, sean lineas, superficies, ôcuerpos, y assi demonstrando esta propiedad enlos multiplices, se ynfiere quelas quatro Cantidades sonproporcionales; Como al contrario siendo las quatro Cantidades proporcionales se demonstrará la misma propiedad delos multiplices.=

Nota: laproporcion dha. sepuede definir destamanera. quatro Cantidades tienen una misma proporcion quando los Antecedentes dela misma manera contienen, ôestan Contenidos ensus consequentes, pero que los antecedentes contengan âsus Consequentes dela misma manera, ô esten Contenidos enellos, sehabra de demonstrar, ôporlos multip.s ô detra manera.=

Si se hablara solamente de la proporcional racional se pudiera definir de esta manera; quatro Cantidades estarán en una misma proporcion quando los antecedentes son ygualmente multip.^s de sus Conseguent.^s como 6 = â = 3 = así = 4 = â = 2 = ô quando los antecedentes son la misma p.^te de los Conseq.^s como = 3 = â 6 = así = 2 = â = 4 = ô que los antecedentes contengan â sus Conseq.^s alguna, ô algunas vezes, y â demas alg.^na ô alguns.^s p.^tes alicotas de sus Consequentes Como 8 = â = 3 = así 16 = â 6 = ô quando los anteced.^s estan contenid.^s en sus Conseq.^s alguna, ô algunas vezes, y â de mas alguna, ô algunas p.^tes alicot.^s suyas, Como 3 = â = 8 = así 6 = â = 16 = = :

7.ª ..... Las Cantidades que tienen una misma razon se llaman proporcionales. =

8.ª .... Quando de los ygualmente Multip.^s el multiplice de la 1.ª magnitud fuere mayor que el de la 2.ª pero el multiplice de la 3.ª no fuere mayor que el de la 4.ª entonzes la 1.ª â la 2.ª tiene mayor raz.^n

qu-

que la 3.ª á la 4.ª = Y al contrario quando el multip.^ce
de la 1.ª fuere menor que el de la 2.ª pero el de la
3.ª no fuere menor que el de la 4.ª = Entonzes la 1.ª á la
2.ª tiene menor Razon que la 3.ª á la quarta. =

Lo que esta Definición da a entender en la
1.ª pte, es, que sea ygual, ó menor, y quando en la
2.ª pte. dize, que sino fuere menor; da á entender,
que será ygual, ó mayor. =

Nota: Esta definicion se puede consebir mejor
debaxo de estos terminos: quando un antecedente
contiene mas vezes, ó mas ptes. de sus consiguente,
tiene mayor Razon ael, que otro antecedente, que
contenga á su consequente menos vezes, ó menos ptes. del.

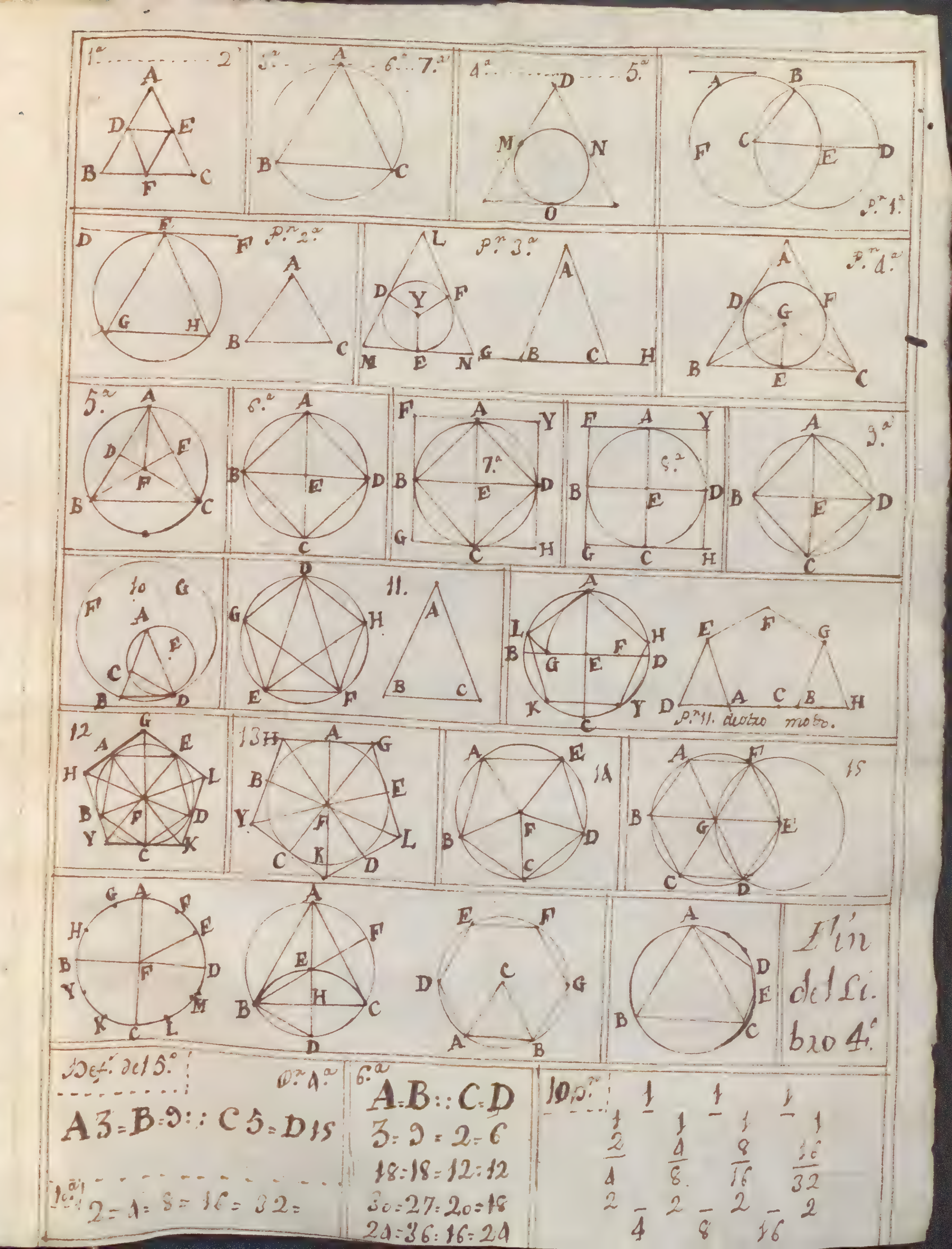
9.ª .... La proporcion no puede consistir en menos de
tres terminos, por que entre dos terminos no ay
mas que Razon, y proporcion es la semejansa
de dos razones, luego se quiere álo menos que sea, co-
mo el 1.º al 2.º assi el 2.º al 3.º de suerte que el conse
q.te de la 1.ª Razon, sea anteced.te en la 2.ª = y esta
se-

Semejanza de Razones se llama proporcion con-
tinua, y la que no es assi se llama pp.n discreta.=
10 Quando ay tres Magnitudes Continuas proporcionales
la 1.a à la 3.a tiene duplicada la Razon de la que tiene
à la 2.a la 1.a y quando ay quatro Continuas proporcion.s
la 1.a à la 4.a tiene triplicada la Razon de la que tiene
à la 2.a y quando ay cinco Continuas proporcionales la
1.a à la quinta tiene quadruplicada la Razon de la
que tiene à la 2.a y assi Consecutivam.te si tubiere
mas terminos proporcionales, tomando el num.ro
dellos menos 1: Como pareze en el exemplo 10.mo que
el 1.er termino 2= al 3.o 8= tiene duplicada la Razon
de la que tiene al 2.o termino 4= y tambien el 1.ro ter.o 2=
al 4.o 16= tiene trip.da la Razon de la q. tiene al 2.o ter.o
4= Como assi mismo el 1.o ter.o 2= al quinto 32= que tiene
quadruplicada la Razon de la que tiene el 1.o 2= al
2.o 4.= Nota: que la Raz.n duplicada no es lo
mismo que la razon dupla, ni la Razon trip.da
es lo mismo, que la Razon tripla, y assi en adelante.
por

Por que la Razon duplicada es quando la Razon (sea la que se fuere) interbiene 2: vezes Continuada, repitiendose â la 3.ª magnitud, ô quando se dan dos magnitudes, y sea de buscar ôtra 3: proporcional. Pero la Razon dupla es, quando un têr.º es duplo de ôtro, ô que el un termino contenga al otro dos vez.

y lo mismo se entiende de la razon triplicada qua druplicada &c.ª

Nota tambien: que quando se dize Razon dup.da trip.da &c.ª no se determina por esta voz el Valor de la Razon sino se sabe la razon que tiene el 1.ro al 2.º têr.º pero si se sabe la razon que tiene el 1.ro al 2.º têr.º se sabria tambien el Valor de la Razon dup.da trip.da &c.ª para saberlo con mayor facilidad se pondran los term.s proporcion.s en especie de q.dos unos en frente de ôtros poniendo por numerador el 1.ro termino, y por denominador el 2.º y este q.do se llamará denominador de la Razon, y el q.do 2.º será, el 2.º têr.º por numerador, y el 3.º por denomi.r



y el producto de estos dos qbdos. será el Valor
dela Razon duplicada, y formando el otro qbdo.
con el 3º y 4º trô. el producto de todos ellos será el
Valor dela Razon triplicada, y formando otro
qbdo. Con el 4º y 5º trô. el producto de todos 4
será valor dela razon quadruplicada, Como en
el exemplo 11 el qbdo. formado del 1º y 2º termno.
es $\frac{2}{4}$ que reducido à menores terminos es $\frac{1}{2}$ y
este qbdo. $\frac{1}{2}$ se llama denominador dela Razn.
del 1ro al 2º que es ser subdupla, por que el 1ro
termino esta contenido en el 2º dos vezes el qbdo.
segdo. es $\frac{4}{8}$ que reducido à menores terminos es $\frac{1}{2}$
multipdo. estos dos qbdos, producen $\frac{1}{4}$ y por tanto
el Valor dela razon duplicada será subquadru-
pla el qbdo. 3º que es $\frac{8}{16}$ reducido à menores trôs.
es $\frac{1}{2}$ y el producto de estos tres qbdos es $\frac{1}{8}$ y assi el
Valor dela razon triplicada es subóctupla el ul-
timo qbdo. es $\frac{16}{32}$ que reducido à minimos terminos
es $\frac{1}{2}$ y el producto de todos quatro qbdos. es $\frac{1}{16}$ por donde
cons-

Consta q. el Valor dla Razon quadruplicada es subsedecupla. #

11..... Magnitudes homologas, ô semejantes, enla prop.n sellaman los antesedentes âlos antesedentes, y los conseq.s âlos conseq.s como si sedan los quatro term. prop.s como la A: â la B: assi la C: â la D: los antesed. A: y: C: sellaman homologos entresi, y los conseq.s B: y: D: tamb.n sellaman homologos entresi=

12.... Alternar, ô permutar, ô Razon alterna es quando un antesedente se Compara aun antesedente, y un Consequente, âotro Consequente: Como si sedan las quatro Cantidades prop.s como A: 9: â B: 3: assi C: 12: â D: 4: alternando seria como A: 9: â C: 12: assi B: 3: â D: 4: este modo daroguir se demuestra enla Prop.n 16: estos :: denotan que las Cantidades sonproporcionales.=

13.... Ymbertir ô Razon ymbersa es quando el consequente en lugar de antesedente se compara al antesedente en lugar de consequente. como si se da A 9 â B 3 assi C 12 â D 4: ymbirtiendo seria: como B: 3: â A: 9: -

as-

assi D:4: â C:12: este modo de arguir se demuestra

en el corolario de la propocision quarta.=

14... Componer ô razon compuesta es, comparar la suma del antecedente, y consequente como uno, al mismo conseq.te la suma de dos cantidades se explicara con esta señal +. Y assi dados los quatro terminos proporcionales como A=9= â =B:3= assi C=12: â =D:4: Componiendo se dira como A=9 mas B=3: que es 12: â =B: 3= assi C=12= mas D=4 que es 16= â D:4= Este modo de arguir se demuestra en la Prop.n 18:=

De este modo de arguir se pueden añadir otros dos, el primero se llama Razon compuesta conversa, y el 2.º Razon Comp.ta Contraria.=

Razon Compuesta conversa es quando la suma del antecedente, y consequente como uno, se compara al antecedente. Como dados los quatro terminos proporcionales, como A=9= â =B:3: assi C=12 â D=4= se dira por la Razon Compuesta Conversa Como A=9= mas B=3= q.e es 12: â A=9: assi C=12

C=12: mas D=A: queés 16: â C=12:=

Razon Compuesta contraria es, quando el antesed.te se Compara ala suma del antesed.te y consequente Como uno. Como dados los 4: terminos proporcionales dhos. sedira por la razon Compuesta contraria, como A=9: â A9= mas B=3: queés 12: assi C=12: â C=12: mas D=4: queés 16: estos dos modos daxquir se demuestran enla proposicion 18=

15... Dividir, ô division de razon, es quando el exceso del antesedente, sobre el consequente, se compara al mismo consequente, Como dados los quattro terminos prop.s como A=9= â B=3= assi C=12: â D=4= siendo los antesed.s mayores quelos consequentes, se arguira dividiendo, poniendo el exceso, ô difa. del antesedente al consequente, comparandolo al mismo consequente. La difa. de dos cantidades se explicarà conesta señal — que significa menos, poniendo 1.ro la cantidad mayor despues la nota menos, y luego la cantidad menor. Co-

Como severà, y assí en los quatro proporcionales

dhos. se arguira dividiendo por la division de Razⁿ.

como A=9= menos B=3= que es 6= â B=3= assí C=12=

menos D=4= q. es 8= â D=4= este modo de arguir

como los dos siguientes se se muestran en la propⁿ. 17=

tambien se puede añadir â este modo de arguir

ôtros dos modos que son: División Conversa de Ra

zon, y División Contraria de Razon.

División comversa, de razon es quando el consegᵗᵉ.

se compara al exceso, ô diferencia del antesedente al

consequente como dados los quatro terminos propˢ.

dhos. se dirà por la division conversa de razon. Como

B=3= â A=9= menos B=3= que es 6= assí D=4= â C=12=

menos D=4= q. es 8= =

División Contraria de Razon es, quando los

antesedentes son menores que los consequentes, y se

compara el antesedente al exceso con que el conseqᵗᵉ.

sobrepasa al antesedente. Como dados los quatro termⁿˢ.

pro

proporcionales A=9= B=36= C=12= D=18= se dirà por la division contraria de Razon. como A=9= à B=36= menos A=9= q. es 27= assi C=12= à D=18= menos C=12= que es 36=

16. Combertir, ô razon combersa es, quando el antecedente se compara al exceso con que excede al consequente. Como siendo proporcionales A=9= à B=3= como C=12= à D=4= por la razon conversa se dirà como A=9= à A=9= menos B=3= que es 6= assi C=12= à C=12= menos D=4= q. es 8= Este modo de arguir se demuestra en la P.r 19= Y assi spre. q. se den quatro terminos proporcionales se podra arguir por qualquiera de los modos dhos. segun fuere nessesario p.a la demonstracion, y no es nessesario guardar el orden que tienen los terminos; Y los terminos pueden ser lineas, numeros, superficies, ô solidos, ô dos de una especie, y dos de otra, y la proporcion Racional, ô yrracional ==

17.-- Arguir por igualdad, ô razon de igualdad es quando dadas mas que dos magnitudes, v.g. tres, y otras tantas en igual numero, que cada dos de entrambas partes tengan una misma razon, y fuere, como en las 1.ras magnitudes, la 1.a a la ultima; assi en las 2.s mag.s la 1.a â la ultima, ô es tomar los terminos extremos dexando los medios. Como dadas las magnitud. ABC= y otras tantas DEF= que cada dos d la primera, tienen la misma razon que las dos d la segunda, y si se infiere que es como la A=â la C= assi la D.F= Esto se dira arguir por igualdad d razon; y por que puede haver dos modos de arguir por igualdad d razon, el uno tomando los numeros en el horden q. tienen, y el otro invirtiendo, ô perturbando.= A este horden paso Euclides las dos siguient. definiciones en q. exp.ca la pp.n orden. y perturbadas//

pro-

18..... Proporcion ordenada es, quando dadas mas que dos magnitudes v.g. tres, y otras tantas en ygual numero, y que en la 1.ª sea la 1.ª á la 2.ª como en las seg.s la 1.ª á la 2.ª y como en la 1.ª la 2.ª á la 3.ª assi en las 2.s la 2.ª á la 3.ª como dadas las magnitudes A.B.C= y otras tantas D.E.F. si sera como la A.B= assi la D.E= y como la B= á la C= assi la E á la F= se seguirá que es como la A= á la C= assi la D= á la F= Esta proporcion se llama por la igualdad, ordenada, y se demuestra en la proposicion 22= =

19... Proporcion perturbada es, quando dadas mas que dos magnitudes v.g. 3= y otras tantas en ygual numero, y que en las 1.s = la 1.ª magnitud á la 2.ª tenga la misma razon, que en la 2.ª = la 2.ª á la 3.ª = y como en las 1.as la 2.ª á la 3.ª assi en las 2.s = la 1.ª á la 2.ª se infiere que como en las 1.s la 1.ª á la 3.ª assi en las 2.s la 1.ª á la 3.ª =

Co-

Como si se dan las magnitudes A B C = y otras tantas D E F = y se da como A = â B = assí E = â F = y como B = â C = assí D = â E = se dirá por la igualdad perturbada: como A = â C = assí D = â F = y esta se llama igualdad de razon perturbada y se demuestra en la P.ª 23 =

Axioma unico.

La razon que una magnitud tiene a otra, puede tener qualquiera otra magnitud a otra quanta, y alguna otra magnitud a la propuesta. Como la razon que tiene la A = â la B = (F.ª 10.) puede tener la C = a otra quanta D = y también la razon que tiene la A = â la B = puede tener la E = â la C = que es la propuesta. ==

Proposición 1.ª

Dadas algunas magnitudes, y otras tantas equal ~~quiera~~ numeros, multíplices de otras tantas, cada una, de cada una; como una magnitud fuere multíplice de otra, assí-

sí-

todas lo serán de todas = ...

Sean las magnitudes AB= multíplice dela C: como la DE- dela F! Digo quelas magnitudes AB- DE= juntas, son igualmente multíplices dela C: y- F! juntas, como la AB- lo es dela C= porque siendo las magnitudes AB- DE= igualmente multíplices dela C= F! avrá enla AB: tantas magnitudes iguales ala C- como enla DE- iguales ala F! tomense pues enla AB= las BH: HY YK= KA= ygles ala C- y enla DE= las DL- LM MX = XE= iguales ala F! (D.n 3.a 1.a) y porquelas BH= C- son igles porconst.n y las BH= DL= juntas igs alas C.F! juntas (ax.a 2.o) assi mismo las HY= LM= juntas igs alas C.F! juntas, como la YK=MX= y también la KA= XE= luego quantas vezes la C- está contenida enla AB= tantas vezes las C.F! juntas están contenidas en las AB= DE= luego las AB= DE= juntas son igualmente multíplice

Q

dela C = y = F = juntas como la A+D = loes dela C = luego dadas algunas magnitudes &c.a =

En Numeros

Valga la AB = 16 = multiplice de C = 4 = como DE 12 = multiplice de F = 3 = y será 16 y 12 = juntas que son 28 = multiplice de 4 = y = 3 = juntas que son igualmente multiplice de 16 = à 4 = que son en razon quadrupla.

Propocission 2.a

Si la primera magnitud es igualmente multip.ce dela 2.a como la 3.a dela 4.a y la 5.a tambien igualmente multiplice dela 2.a como la 6.a dela 4.a será la compuesta dela primera, y dela 5.a ig.te ~~mente~~ multiplice dela 2.a como la compuesta dela 3.a y 6.a lo es dela 4.a

Sea la AB = igualmente multiplice dela C = como la DE = dela F = y la BG = ig.te multiplice dela C =

C= como la DH= à la F! Digo que la BG= comp.ta
à la 1.a y 5.a BA= AG= es igualmente multiplice à la
2.a C= como la EH= comp.ta à la 3.a ED= y à la
6.a DH= lo es à la 4.a F! porque por ser las AB= DE=
ig.te mente multiplices à las C= F!= avrà en la AB=
tantas magnitudes ig.s à la C= como en la ED=
ig.s à la F!= asi mismo en la AG= havrà tantas
magnitudes ig.s a la C= como en la DH= yg.s à la F!=
luego si iguales magnitudes AB= DE= se añaden
ig.s AG= DH= quedaràn (ax.2 2.o) las magnitudes
BG= EH= iguales; luego quantas vezes la C= està
contenida en la BG= tantas vezes la F!= està conte-
nida en la EH= luego la BG= es igualmente multip.ce
à la C= como la EH= lo es à la F! q. es lo d.o=

En numeros.

Valga BA= 9= multiplice de C= 3= como DE= 6=
à F!= 3= valga AG= 6= multiplice à C= 3= como
DH= 4= à F! 2= y serà BG= comp.ta à 9= y= 6= que

son 15 = igualmente multiplice de C = 3 = como como OH = 10 = comp.ta de 6 = y = 4 = multiplice de F = 2 = = =

Proposicion 3.a

Si la 1.a magnitud es igualmente multiplice de la 2.a, como la 3.a de la 4.a y se toman otras, igualmente multiplices de la 1.a = y = 3.a seran las tomadas igualmente multiplices, cada una de la suya, la una de la 2.a y la otra de la quarta.

Sea la 1.a A igualmente multiplice de la 2.a B = como la 3.a C = de la 4.a D = y tomese la EX = igualmente multiplice de la A = como la FM = de la C = Digo que la EX = es igualmente multiplice de la B = como la FM = de la D = por que siendo las EX = FM = igualmente multiplices de la A = y = C = avra en la EX = tantas magnitudes ig.s a la A = como en la FM = iguales a la C = divide la EX = en las magnitudes EG = GH = HX

igl. ala A= y diràse tambien la FM= enlas mag.
FK= KL= LM= iguales àla C= (p.r 3.a 5.) Y porque
por sup.n la A= es igualmente dela B= multiplice,
como la C dela D= serà cada una delas magnitudes
CG= GH= HY= igualmente multiplices dela B= como
cada una delas magnitudes FK= KL= LM= dela D=
Y por que la 1.a CG= es igualm.te multiplice dela 2.a
B= como la 3.a FK= lo es dela 4.a D= y la 5.a GH=
es igualm.te multiplice dela 2.a B= como la 6.a KL=
lo es dela 4.a D= luego serà la CH= comp.ta dela 1.a
y 5.a ygualmente multiplice dela 2.a B= como la
FL= comp.ta dela 3.a y 6.a dela 4.a D= (P.n 2.a deste)
assi mismo por que la 1.a CH= es igualmente de
la 2.a B= como la 3.a FL= dela 4.a D= como esta
de const.do y tambien la 5.a HY= es igl.mente multip.ca
dela 2.a B= como la 6.a LM= dela 4.a D= serà (p.n 2.a 5.)
la CY= comp.ta dela 1.a y 5.a igl.mente dela 2.a B= multi-
plice, como la FM= comp.ta dela 3.a y 6.a dela 4.a D= De.a

Co-

En numeros.

Sea la A=4= multiplice de B=2= como C=6= de D=3= tomese el I=12= multiplice de A=4= como FM= 18= de C=6= y sera el I=12= multiplice de B=2= como FM=18= de D=3= que es lo q. se havia de demonstr.

Proposicion 4.a

Si la 1.a magnitud a la 2.a tiene la misma razon que la 3.a a la 4.a tambien las igualmente multiplices de la 1.a y 3.a a las igualmente multip.s de la 2.a y 4.a segun qualquiera multiplicacion tendran la misma

razon.

Tenga la 1.a A= a la 2.a B= la misma razon que la 3.a C= a la 4.a D= y tomese de la 1.a A= y de la 3.a C. las igualmente F= y H= multiplices y de la 2.a B= y 4.a D= los igualmente multip.s G= y I= Digo que la F= multiplice de la 1.a A= tiene la misma raz.n a la G= multip.e de la 2.a B= que la H= multip.ce de la 3.a

C= â la Y= multip.^ce de la 4.ª D= Tomese de las F.^s H= las iqualmente multip.^ces L= K= y de las G= Y= otros iqualmente multip.^ces M= O= y por que la 1.ª F.= es iqualm.^te multip.^ce de la 2.ª A= como la 3.ª H= de la 4.ª C= y se toman L= K= iq.^l mente multip.^s de la 1.ª F.= y de la= 3.ª H será la L= iqualmente multiplice de la 2.ª A= como la K= de la 4.ª C= (D.^n 3.ª d.^te) del mismo modo se demostrarà que las M= O= son iqualmente multip.^s de las B= D= y por que es como la 1.ª A= â la 2.ª B= assi la 3.ª C= â la 4.ª D= por sup.^r y las L= K= son iq.^l mente multiplices de las d.^as A= y= 3.ª C= y las M= O= tambien iqualmente multiplices de la 2.ª B= y= 4.ª D= como està demostrado, luego si la L= multip.^ce de la 1.ª A= es iqual, mayor, ô menor, que la K= multiplice de la 3.ª C= tambien la M= multiplice de la 2.ª B= serà iqual, mayor, ô menor que la O= multiplice de la 4.ª D= (D.^n 6.ª d.^te) y por que ay quatro cantidades la 1.ª F.= la 2.ª G= la 3 H= y la 4.ª Y= y las iq.^l mente multip.^s L= K= de la 1.ª y 3.ª son iqualmente mayores

ô menores, que los ig.mente multip.s M = O = de la 2.a y 4.a como està demonstrado. luego (D.n 6.a 5.te) serà como la 1.a F = à la 2.a G = assi la 3.a H = à la 4.a Y = ques dcot.a =

En numeros.

Sea la A = 6 = à la B = 8 = como la C = 3 = à la D = 4 = y sea F = 12 = multiplice de A = 6 = como H = 6 = multiplice de C = 3 = y tambien G = 16 = multiplice de B = 8 = como Y = 8 = multiplice de D = 4 = y serà F = 12 = à G = 16 = como H = 6 = à Y = 8 =

Corolario.

De aqui se demuestra la razon inversa. Sea la A = à la B = como la C = à la D = digo que inviertiendo serà como la B = à la = A = assi la D = à la = C = Tomense de las A = y = C = qualquiera igualmente multiplices E = G = y de las B = y = D = otros qualesquiera igualm.te multiplices F = H = luego (P.r 4.a) las E = y = G = igualmente multip.s de la 1.a y = 3.a tienen la misma razon à las F = H = igualm.te multip.s de la 2.a y = 4.a luego si la E = es igual, mayor, ô menor, que la G = tambien la F serà igual

ma-

mayor, ó menor que la H (D.n 6.a def.) luego alternando quando la F. es igual ala E. tambien la H. será igual ala G. y si menor, menor: y por que ay quatro cantidades la 1.a B. la 2.a A. la 3.a D. y la 4.a C. y los igualmente multipl.s F. H. dla 1.a y 3.a son igualm.te ig.s mayores, ó menores, que los multiplices E. G. dla 2.a y 4.a será (D.n 6.a def.) como la 1.a B. ala 2.a A. assí la 3.a D. ala 4.a C. que es lo q.e ...

En numeros.

Sea la A 9. ala B 3. como la C 12. ala D 4. y será invirtiendo como B 3. á A 9. assí D 4. á C 12. que es lo que se havia de demonstrar &.a

Proposicion 5.a

Si una magnitud es igualmente multiplice de otra, como la quitada lo es dla quitada, será la residua, igualmente multiplice dla residua, como la entera lo es dla entera.

Sea la AB. multiplice dla CD. como AE. dla quitada CF.

Di-

Luego, que la residua eB = es igualmente multiplice
de la residua FD = como la entera AB = lo es de la CD =
Sea tambien la eB = igualmente multiplice de la
GC = como la AB = lo es de la CD = ó como la Ae = lo es
de la CF = y por que las Ae = y = Be = son igualmente
multip.s de las GC = CF = será (p.n 1.a 3.te) la compuesta
AB = igualmente multip.ce de la GF = como la Ae = lo es
de la CF = pero tambien la AB = es igualmente mul-
tiplice de la CD = como la Ae = lo es de la CF = por
sup.r luego la AB = es igualmente multiplice de la
GF = como tambien lo es de la CD = luego la GF = es ig.l
á la CD = (ax.a 3.o) quitese de entrambas partes la
CF = comun, y quedará (ax.a 3.o) la GC = igual á la FD =
pero la Be = es igualmente multip.ce de la GC = como la
AB = lo es de la CD = p.r const.n) luego tambien la eB =
es ig.l mente multiplice de la FD = como la AB = lo es
de la CD = (ax.a 6.o) luego si una magnitud. &c.ta

En numeros.

Sea

Sea la AB = 16 = multip.^ce de CD = 4 = como la quitada AE = 8 = lo es dela quitada CF = 2 = y serà la residua EB = 8 = multiplice dela residua FD = 2 = como la entera 16 lo es dela entera 4 =

Proposicion 6.ª

Si dos magnitudes son igualmente multip.^s de otras dos y delas 1.^s se quitan algunas, que sean igualmente multip.^s delas 2.^as las residuas, ò seràn iguales àlas 2.^s ò igualm.^te multip.^s dellas.

Sean las magnitudes AB = CD = igualmente multip.^s delas E = y = F = y quitense GB = HD = igualmente multip.^s delas E = y = F = [illegible] residuas GA = HC = ò [illegible] àlas E = F = ò igualmente multip.^s dellas, por que siendo la AB multiplice dela E = y la [illegible] [illegible] dela misma E = [illegible] [illegible] [illegible] àla E = ò igualm.^te [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible]

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible] [illegible] (D. 2. [illegible]) [illegible]

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] igual [illegible] e

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible] [illegible] ([illegible] 1.º) y [illegible] [illegible]

[illegible] igualmente multiplicar [illegible] e [illegible]

[illegible] [illegible] de 4.º [illegible] y de 5.º [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible] e [illegible] 6.º [illegible] a la 4.º [illegible]

[illegible] [illegible] (5.º 2.º) [illegible] compuesta de la 3.º y 5.º

[illegible] multiplicar [illegible] 2.º e [illegible]

[illegible] [illegible] de la 4.º [illegible]

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] la [illegible] la [illegible] e [illegible] [illegible] la [illegible]

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] ([illegible])

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible] ([illegible]) [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] la [illegible]

[illegible] [illegible] ([illegible]) [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible]

En numeros.

Vale pues AB=15= multiplice de C=3= tanto como lo-
es BE=[illegible] quintuple de AE=15= y EB=12= multiplice [illegible]
como [illegible] de C [illegible] quintuple DH=6= multiplice
de [illegible]=2= [illegible] [illegible] AE=[illegible] y [illegible]
[illegible] como AC=2= [illegible]

Siendo segundo AB multiplice de la C, D [illegible]
CH= es multiplice de la F. tomese la DL= [illegible]
[illegible] multiplice de la F. como la GB= lo es de la C=
se demostrará que las CH= DL= son equimultiplices
porque siendo la 1.a AG= multiplice de la 2.a C.
como la 3.a DH= lo es de la 4.a F. y la 5.a GB es
igualmente multiplice de la 2.a C. como la 6.a HL=
lo es de la 4.a F. luego será (P. 2.a) la AB= compuesta
de la 1.a y 5.a igualmente multiplice de la 2.a C. co-
mo la HL= compuesta de la 3.a y 6.a lo es de la 4.a
F= pero tambien la AB= es igualmente multiplice
de la C. como la CD= de la F. [illegible] luego la

DL

HY. es igualmente multiplice de la M. como la CD. tambien lo es, luego seran dos mag.s CD. HY. iguales (ax.ma [illegible]) y quitandole la parte comun HD. quedaran (ax.ma [illegible]) las CH. DY. ig.s pero DY. es ig.l multiplice de la F. como la CA. de la E. por constr.n luego (ax.ma 1.o) CH. es igualmente multiplice de la F. como la AB. lo es de la E. L.q.D.

En numeros.

Sea AB=15. multiplice de E=3. como CD=10. lo es de F=2. y quitese de AB=15. EB=9. y de la CD=4. se le quitese DA=6. multiplice como [illegible] y quedara la CA=6. multiplice de E=3. como CH=4. multiplice de F=2.

Proposicion 7.a

Iguales magnitudes, tienen la misma razon a otra 3.a y una mag.d a dos iguales tiene la misma razon.

Sean las magnitudes AB. iguales entre si, y una

otra mag.d C= Digo que es como A= a C= asi B=
a C= y como C= a A= asi C= a B= tomense de las
A= y B= qualesquiera igualmente multip.s D= E= y de
la C= otra qualquiera multiplice F= y como D= y
E= iguales (por 2.o E.o) y son que son iguales, seran igual-
mente, iguales, mayores, ó menores que el F= por
que ay quatro cantidades: la 1.a A= la segunda C= la
3.a B= y la 4.a C= y de igualmente multip.s D= E=
de la 1.a y 3.a son igualmente, ó mayores, ó menores
q. el multip.e F= de la segunda, y quarta sera el
(por C. 5.o) Como la prim.a A= a la seg.da C= asi
la 3.a B= a la 4.a C= Conviniendo (por C. 4.)
sera como la 2.a C= a la 1.a A= asi la 4.a C= a la
3.a B= que es lo que se quería demostr.r

En numeros.

Tengase la A=6= y la B=6= y la C=3= y sera como
A=6= a C=3= asi B=6= a C=3= Conuirtiendo sera
C=3= a A=6= asi C=3= a B=6=

Otra

Scholio.

Lo mismo se entiende, si en lugar de la magni-
tud C= se dan dos iguales como C=y=D: despues
de darse las dos 1.as mag.s A=y=B: porque la mis-
ma razon, que la A=y la B= tienen con la C= tienen
tambien la misma E: a su igual D=(p.r 7.a) y al con-
trario la misma razon que la C= tiene con las
A=y B= essa misma a su igual, tendrá tambien la
D= luego las magnitudes ig.s entre si, ig.s tie-
nen la misma razon, y tienen la misma
razon, magnitudes iguales. Luego &c. que es lo

Proposicion 8.va

De dos magnitudes desiguales, la mayor a otra 3.a
tiene mayor razon que la menor; pero la 3.a mag.d
a la menor, tiene mayor razon que a la may.r
Sean las magnitudes AB= la mayor, C= la menor,
y dese otra 3.a D= Digo: que la mayor AB= a la
D= tiene mayor razon que la C= y tambien la 3.a
mag.d

magnitud D= tiene mayor razon ala menor C=
que ala mayor AB= = Cnla mayor AB= tomese
la AC= igual à la C (P.ª 3.1.) y tomense delas AE
y EB= igualmente multiplices GH= GF: hasta que
la GF= multiplice dela EB= sea mayor que la D:
y la GH= multiplice dela EA= no sea menor
que la D= sino igual, ò mayor. Y por quanto
las dos magnitudes GF= GH= son igualmente
multiplices delas EA= EB= serà la compuesta
FH= multip.ce dela entera AB: como la GH=
lo es dela EA=(P.º 1.ª 5.º) ò desu igual C= tomese
tambien dela D= la KY= igualm.te
multiplice, proximamente mayor que la GH
y dela YK= cortese la KL= igual àla D (P.ª 3.1.)
y quedarà la YL= no mayor que la GH= sino ig.
ò menor, y porque la FG= es mayor que la D:ò
que su igual KL= y la HG= no es menor que la LY.
serà la comp.ta FH= mayor que la compuesta
KY

KY: y por quanto la FH: y la GH: son igual mente multiplices de la 1.ª AB: y de la 3.ª C: y la YK: es multiplice de la 2.ª y 4.ª D: y la FH: multiplice de la 1.ª AB: es mayor que la YK: multiplice de la 2.ª D: y la GH: multiplice de la 3.ª C: no es mayor que la KY: multiplice de la 4.ª D: luego será (D.ⁿ 8: 5.ᵗᵉ) la 1.ª AB: á la 2.ª D: de mayor razon que la 3.ª C: á la 4.ª D: &c.ª

Y por quanto demonstrado que la YK multiplice de la 1.ª D: es mayor que la HG: multiplice de la 2.ª C: y la YK: multiplice de la 3.ª D: no es mayor, sino menor que la FH: multiplice de la 4.ª AB: luego será (D.ⁿ 8: 5.ᵗᵉ) la 1.ª D: á la 2.ª C: de mayor razon que la 3.ª D: á la 4.ª AB: luego &c.ª

En numeros.

Valga la A: 9. la C: 4: y la D: 6: y tendrá 9: á 6: mayor

mayor razon que A = à = 6: como el contrario
6 = à = A: tiene mayor razon q. 6 = à = 9.

Propocisión 9.ª

Las magnitudes que auna misma, tienen la misma razon, son iguales entresi: y si una magnitud tiene la misma razon aotras dos, estas seràn tambien iguales entresi.

Sean las magnitudes AB: que tengan la misma razon à la magnitud C: Digo que las magnit. A: y: B: son iguales, porque si no lo son, serà una mayor queotra: sea pues A: mayor que B: y tendrà A: à: C: mayor razon que B: à: C: (P.r 8.a d.te) lo qual es contra lo supuesto; y lo mismo se dirà, si la mag. B: es mayor que la A: por que tendrà la B: à: la C: mayor razon que la A: à la C: que tamb. es contra lo supuesto, luego la A: q. no puede ser mayor, ni menor que la B: serà igual, q. es lo 1.º y tenga lo 2.º la C: la misma razon à la A: que

â la B. Digo que tambien son iguales, porque si no lo son, serà alguna dellas mayor; sealo pues la A. y tendrà la C. à la B. mayor razon, que à la A. (P.ª 8.ª d.te) y si la B. es mayor, tendrà la C. à la A. mayor razon que à la B. y no, y este es contra lo supuesto, luego las magnitudes A. y B. son iguales entre si. q. es lo que

En numeros.

Sean las mag. A. 15. y B. 15. que tengan la misma razon à C. 5. y seràn iguales A. 15. y B. 15.

Propocision 10.

De dos mag.s la que à otra 3.ª tiene mayor razon, es mayor; y de estas mismas mag.s à la que otra tercera tiene mayor razon, es menor.

Sean las magnitudes A. B. y la 3.ª C. y tenga la A. à la C. mayor razon que la B. à la C. Digo que la A. es mayor que la B. porque si no es assi serà igual, ò menor, que la B. si es igual à la B. ten-

tendràn àla C= una misma razon (P.ª 7.ª 5.ᵗᵉ) queescontra lo supuesto; y si es menor la A= quela B= tendrà la A= ala C= menor razon, quela B= alamesma C= (P.ª 8.ª 5.ᵗᵉ) que tambien es contra lo supuesto; luego si la A= no puede ser igual àlaB= nimenor quella, serà mayor, que es lo primero. =

Lo segundo tenga la C= ala B= mayor razon que ala A= Digo, quetambienesta es mayor quelaB= porque sino loes serà igual, ò menor, quella: sies igual tendrà la C= una misma razon, àlas A= y B= (P.ª 7.ª 5.ᵗᵉ) si es menor la A= quela B= tendrà la C= ala A= mayor razon que ala B= (P.ª 8.ª 5.ᵗᵉ) queuno, y otro es contra lo supuesto; luego si la A= no puede ser igual, nimenor quela B= serà mayor.

En numeros

Valga la A=15. la B=10= y la C=5= y tendrà A=15= à C=5. mayor raz.ⁿ que B=10: à C=5 = y al contrario C=5= à B=10. tiene m.ʳ raz.ⁿ q. C=5= à A=15= como es p.ᵒ

Pa-

Proposición 11.

Las razones q.e son semejantes, à otra 3.a razon, son iguales, ò semejantes entre si.

Sea la razon de la A= à la =B= como la de la E= à la F= y la razon de la C= à la D= como la de la E= à la F= Digo que la razon de la A= à la B= es semejante, ò igual à la razon de la C= a la D= tomese de los antesedentes, A= C= E= los igualmente multip.s G= H= Y= y de los consequentes B= D= F= otros igualmente multip.s K= L= M= y porquanto es, como la 1.a A= à la 2.a B= assi la 3.a E= à la 4.a F= luego los G= Y= multip.s de la 1.a A= y 3.a E= son igualmente, iguales, mayores, ò menores q.e los multip.s K= M= de la 2.a y 4.a (Dif. 6.a del 5.o) assi mismo se provarà que los multip.s H= Y= de la 1.a C= y de la 3.a E= son igualmente q.e mayores, ò menores, que los multip.s L= M= de la 2.a D= y 4.a F= luego siempre que la G= multiplice de la 1.a A=

B=

es mayor quela K= multiplice dela 2.ª B= tambien la H= multiplice dela 3.ª C= será mayor quela L= multiplice dela 4.ª D= y si igual, igual, y si menor, menor, luego (D. 6.ª d.ⁿ) la 1.ª A= àla 2.ª B= tiene la misma razon, quela 3.ª C= àla 4.ª D= luego &c. q.d.d.

En numeros.

Sea como A: 4: à: B: 2: assi E: 8: à F: 4: y sea tambien como C: 6: à D: 3: assi E: 8: à F: 4: y será como A: 4: à: B: 2: assi C: 6: à D: 3. q.d.d. = = =

Otra demonstr.ⁿ

Siendo la A= àla B= como la E= àla F= estará contenida la A= enla B= dela misma manera quela E= enla F= (por la nota dela D.ª 6.ª d.ⁿ) y siendo la C= àla D= como E= à F= estará contenida la C= enla D= dela misma manera quela E= enla F= (por la misma nota) luego tambien la A= contiene àla B= ó está contenida enella dela misma manera quela C= contiene, ó está contenida enla D= luego (por la misma razon) es e-

como la A = à la B = assí la C = à la D = Y lo q. es Ba.

Scholio.

Del mesmo modo se infiere q. las razones que son semejantes à otras razones, son semejant. entre sí, porq. si sean A = à = B = assí C = à D = y E = à F = como A = à B = y G = à = H = como C = à D = se infiere que como E = à = F = assí G = à = H = Porq. E = à = F = es como C = à = D = (P.n 11 = d.te) y G = à H = es como C = à D = (por sup.n) luego E = à F = es como G = à = H = (P.n 11 = d.te) = q. lo Demost.a

Propocisión 12 =

Dadas algunas mag. prop. en qualquier numero, la razon que un antesedente tiene asu conse quente, tendrán todos los antesedent. juntos, à todos los consequentes juntos.

Demost. =

Tenga el antesedente A = al conseq.te B = la misma razon, que el antesedente C = al conseq.te D = y el

E =

E=al F. Digo que la dizen que la A. [illegible] a la B.
tienen también las A.C.E. juntas. à las B=D=F. junt.
= mente de los antecedentes A.C.E. los igualmente multip.
G=H=I. y de los consequentes B=D=F. los igualmente
multip. K=L=M. y serán las G. H=I= juntas, mul
tiplices de las A,C,E= juntas, como la G= lo es de la A.
(p.r 1.a) y también las K=L=M= juntas, serán multip.
de las B=D=F= juntas, como la K= lo es de la B=
(p.r 1.a) y porque es como la 1.a A= à la 2.a B=assi la 3.a
C=à la 4.a D= y otra 3.a E=à la 4.a F=por supos.on luego
las G=H=I= igualmente multip. de la 1.a A=y à la
3.a C=E= son iguales, mayores, ò menores, que las K.L.
M= multip. de la 2.a B= y de la 4.a D=F (D. 6.a [illegible])
luego G= es igual, mayor, ò menor, que la K= y también
las G=H=I= juntas, son iguales mayores, ò menores, que
las K=L=M= juntas, luego será (D. 6.a [illegible]) como la
1.a A à la 2.a B= assi la 3.a A,C,E= à la 4.a B,D,F.
Y por que ay quatro Cantidades la 1.a A la 2.a B la

3.ª A=C=E= y la 4.ª B=D=F= y los multiplices G= de la 1.ª ~~[illegible]~~ y 6.ª H= Y= de la 3.ª son igualmente iguales, mayores, ó menores que los multiplices K= de la 2.ª y K= L= M= de la 4.ª luego será como la 1.ª á la 2.ª así la tercera, á la 4.ª &c.ª

En numeros

Sea A=4= á B=2= como C=6= á D=3= y tamb.ⁿ como E=8= á F=4= y será como A=4= á B=2= así A=4= C=6= y E=8= que son 18= á B=2= D=3= y F=4= que son 9= luego &c.ª

Proposicion 13

Si la 1.ª á la 2.ª tiene la misma razon que la 3.ª á la 4.ª y la 3.ª á la 4.ª tiene mayor razon que la 5.ª á la 6.ª tambien la 1.ª á la 2.ª tiene m.ʳ que la 5.ª á la 6.ª

Sea la 1.ª A= á la 2.ª B= como la tercera C= á la 4.ª D= y tenga la C= á la D= mayor razon que la E= á la F= Digo que la 1.ª A= á la 2.ª B= tiene

tiene mayor razon quela 5.ª C= âla 6.ª F. tomen
delas A, C, E, losigualmente multiplices G= H= I=
y delas B= D= F= los igualmente multiplices K= L=
M= y porquanto es, como la 1.ª A= ala 2.ª B= assi
la 3.ª C= âla 4.ª D= luego (D.ª 5.ª 2.ª) las G= H=
multip.s dela 1.ª y 3.ª sonigualmente iguales,
mayores, ô menores, quelas K= L= multip. dela 2.ª y
4.ª= y porquanto la C= âla D= tiene mayor razon
quela E= âla F= luego (D.ª 8.ª 5.º), será la H= mul-
tip.ª dela 1.ª mayor quela L= multiplice dela 2.ª
y la I= multiplice dela 3.ª no será mayor que
la M= multiplice dela 4.ª pero quando la H= es
mayor quela L= la G= es mayor quela K= y quan-
do igual, igual, y quando menor, menor. Luego G=
podrá ser mayor quela K= y la I= no mayor que
la M= y por que ay quatro cantidades, la 1.ª
A= la 2.ª B= la 3.ª E= y la 4.ª F= y el multiplice G= de
la 1.ª es mayor que K= multiplice dela 2.ª y el
mul-

multiplice I = dela 3.ª no es mayor que H = multiplice dela 1.ª como esta demostrado luego (D.ⁿ 8.ª 5.ᵗᵉ) la 1.ª A = ala 2.ª B = tiene mayor razon que la 3.ª C = ala 4.ª F = luego &c.ª q. e. d.ª

En numeros.

Sea como la A = 4 = á B = 2 = asi C = 6 = á D = 3 = y C = 6 = á D = 3 = tenga mayor razon que C 8 = á F = 5 = y tendrà A = 4 = á = B = 2 = mayor razon que C = 8 = á F = 5 =

Scholio.

Si la 1.ª ala 2.ª tiene la misma razon que la 3.ª ala 4.ª y la 3.ª ala 4.ª tiene menor razon que la 5.ª ala 6.ª tambien la 1.ª ala 2.ª tiene menor razon que la 5.ª ala 6.ª porque siendo la A = ala B = como la C = ala D = seràn G = y H = igualmente igˡ. mayˢ. ó menores que las K = y L = y tenemos que C = á D = es de menor razon que E = á F = luego serà H = menor que L = (De. 8.ª)

(Dn. 8a. 7a.) y la mag. Y = no menor que M = sino igual ô mayor: pero quando H = es menor que L = G = es menor que K = luego siendo G = menor que K = Y = no será menor que M = luego A = tendrà menor razon â B = que Y = â M = (Dn. 8a.) luego &c.

En numeros.

Sea como A = 4 = â B = 2 = assi C = 6 = â D = 3 = y tenga C = 6 = â D = 3 = menor razon que E = 10 = â F = 4 = y serà A = 4 = â B = 2 = de menor razon que E = 10 = â F = 4 =

Proposicion 14.

Si la 1a magnitud â la 2a tiene la misma razon que la 3a â la 4a y la 1a es mayor que la 3a la 2a serà mayor que la 4a y si la 1a es igual â la 3a la 2a serà igual â la 4a y si la 1a es menor que la 3a la 2a serà menor que la 4a

Sea la A = â la B = como la C = â la D = y sea la 1a A = mayor que C = Digo que B = es mayor que D =

y por quanto la A= es mayor que la C= tendrà la A= ala B= mayor razon que la C= âla B= = (8. p. 5.ᵗᵒ) y porque como A= â B= assi C= â D= serà tambien como la 1.ª C= âla 2.ª D= assi la 3.ª A= â la 4.ª B= pero la 3.ª A= ala 4.ª B= tiene mayor razon, que la 5.ª C= ala 6.ª B= como està demonstrado luego la 1.ª C= ala 2.ª D= tiene mayor razon que la 5.ª C= âla 6.ª B= (13. p.) luego B= es men.ʳ que D= (10. p.) que es lo primero &c.ª

En numeros.

Sea como A= 12= â B= 3= assi C= 8= â D= 2= y porque A= 12= es mayor que C= 8= B= 3= es m.ʳ q. D. 2=

Sea lo 2.º la A= igual âla C= Digo que tambien la B= es ig.ˡ ala D= porque siendo la A= igual âla C= tendrà la A= ala B= la misma razon que la C= âla B= (7. p.) y por que es como A= â B= assi C= â D= serà (11. p.) como la C= ala D= assi la C= ala B= luego B= es igual â D= q. es lo segundo.

En

En numeros.

Sea A=9= à B=3= como C=9= à D=3= y porque A=9= y C=9= son igs. B=3= y D=3= tambn. son igs.

Sea lo 3.º la A= menor que la C= Digo que la B= es menor que la D= porque en esta supn. la C= à la B= tendrà mayor razon que A= à B= y porque como la A= à la B= assi la C= à la D= por supn. luego la C= à la B= tiene mayor razon que la C= à la D= (13. p.) luego B= es menor que D= (10. p.) que es lo 3.º

En numeros.

Sea A=6= à B=2= como C=9= à D=3= y porque A=6= es menor que C=9= B=2= serà menor q. D=3= &c.

Proposicion 15.

Las partes, y los igualmente multips. tienen una misma razon.

Sean las partes A= B= y los igualmente multips. CG= DK= Digo que la CG= à la DK= tiene la mis-ma razon que la A= à la B= porque siendo la CG mul-

multiplice de la A= como la DK= lo es de la B.
estarà la A= igualmente contenida en la CG= como
la B= en la DK= partase la CG= en las partes
CE= EF= FG= iguales à la A= (3.p.1.) y la DK= en las partes
DH= HY= YK= iguales à la B= (3.p.1.) y serà como la
CE= à la DH= assi la A= à la B. (7.p.5) y como la
CF= à la HY= assi la A= à la B= y como la FG=
à la YK= assi la A= à la B= luego (12.p.5) serà
como la CG= à la DK= assi la A= à la B= Q.E.D.

En numeros.

Sea A=3= B=6= CG=12= multiplice de A= como DK
18= lo es de B=6= y serà 12= à 18= como 3= à 6= luego &c.

Proposicion 16.

Si quatro magnitudes son proporcionales, tambien alternando seràn proporcionales.

Sea como la A= à la B= assi la C= à la D=
Digo que alternando serà como la
A= à la C= assi la B= à la D= tomense de la

1.ª A = y 2.ª B = igualmente multip.s E = F. y dela 3.ª C = y 4.ª D = otros igualmente multip.s G = H = luego (15. p.) será A = á B = como E = á F. pero A = á B = es como C = á D = por sup.n luego (11. p.) será como E = á F. assi C = á D = [redacted] pero G = á H = es como C = á D = (15. p.) luego (11. p.) será como E = á F. assi G = á H = y si la 1.ª E = es mayor que la 3.ª G = tambien la 2.ª F. será mayor que la 4.ª H = y si igual, igual, y si menor, menor. Y por que ay quatro cantidades la 1.ª A = la 2.ª C = la 3.ª B = y la 4.ª D = y las E = y = F. multiplices dela 1.ª y 3.ª son eq.s mayores, ó menores, q. las G = y = H = igualmente multiplices dela 2.ª y 4.ª luego (6. D.n) será como la 1.ª A = a la 2.ª C assi la 3.ª B = a la 4.ª D = luego &c.ª = = =

En numeros.

Sea como A = 6 = á B = 3 = assi C = 8 = á D = 4 = y será alternando como A = 6 = á C = 8 = assi B = 3 = á D = 4 = &c.ª

Proposicion 17.

Si las magnitudes comp.s son proporcionales, tamb.n

divididas son proporcionales.

Sea como la AB= à la CB= assi la DE= à la FE= Digo que dividiendo será, como la AC= à la CB= assi la DF= à la FE= tomense de las AC- CB= igualmente multip.s GH= HY- y de las DF= FE= igualmente multip.s KL= LM= y será (1. p.) la GY= multiplice de la AB= como la GH= lo es de la AC= y tambien la KM= es igualmente multiplice de la DE= como la KL= lo es de la DF= (1. p.) luego GY= KM= son igualmente multip.s de las AB= DE= (11. p.) tomense tambien de las CB= FE= igualmente multip.s YX= MO= y por quanto la 1.a HY= es igualmente multiplice de la 2.a CB= como la 3.a LM= de la 4.a FE= y la 5.a YX= es ig.l m.te multip.ce de la 2.a CB= como la 6.a MO= de la 4.a FE= luego (2. p.) la HX= Comp.ta de la 1.a y 5.a es igualm.te multip.ce de la 2.a CB= como la LO= Compuesta de la 3.a y 6.a lo es de la 4.a FE= y por que es como la 1.a AB= à la 2.a CB= assi la 3.a DE= à la 4.a FE= luego (6. d.) las GY= KM=

KM= quedarán. Multip.^s dela 1.^a y 3.^a son ig.^l mente mayores, ig.^s ô menores que los HR= LO= igualmente multip.^s dela 2.^a y 4.^a luego quitando â las GX= HR= la HX= comun; y â las KM= LO= la LM= comun quedarán las GH= KL= ig.^s mag.^te mayores, ig.^s ô menores, que las XR= MO= y porque ay quatro cantidades la 1.^a AC= la 2.^a BC= la 3.^a DF= y la 4.^a FE= y las GH= KL= ig.^l mente multip.^s dela 1.^a y 3.^a son ig.^l mente may.^s ig.^s ô menor.^s que las XR= MO= dela 2.^a y 4.^a luego (d. 5.) será como la 1.^a AC= âla 2.^a BC= así la 3.^a DF= âla 4.^a FE= &c. luego &c.

Enumeros.

Sea como la AB=18= âla CB=6= así la DE=12= âla FE=4= y será dividiendo como AC=12= â=CB=6= así DF=8= â=FE=4= que &c. luego &c.

Scholios=

(1) De aquí se demuestra lo 1.^o la division conversa de razon, porque si será como la AB: âla CB: así la DE: âla FE: será por la division conversa de razon, como la CB: âla AB: así la FE: âla DE: por

porque siendo la AB: à la CB: como la DE: à la FE: será dividiendo (17. p.) como la AC: à la CB: asi la DF: à la FE: luego invirtiendo (c.º 4. p.) será como la CB: à la AC: asi la FE: à la DF.

En números.

Siendo AB=18= à CB=6= como DE=12= à FE=4= por la division conversa de razon será como CB=6= à AC=12= asi FE=4= à DF=8. &c.ª

Demuestrase lo 2.º la division contraria de razon porque siendo AC= à AB: como DF: à DE: será tambien por la division contraria de razon, como AC= à CB: asi DF= à FE= por que siendo AC= à AB: como DF: à DE: será invirtiendo (c.º 4. p.) como AB= à AC= asi DE= à DF: y dividiendo (17. p.) será como BC= à CA: asi EF: à FD: y invirtiendo (c.º 4. p.) será como AC= à CB: asi DF: à FE: luego &c.ª

En numeros.

Siendo AC=12= à AB=18= como DF=8= à DE=12= será AC=12= à CB=6= como DF=8= à FE=4= &c.ª

Proposicion 18

Si las magnitudes divididas son proporcionales, tambien compuestas son proporcionales.=

Sea como la AB= à la BC= assi la DE= à la EF. Digo que componiendo será como la AC= à la BC= assi la DF. à la EF. porque sino es assi tendrá la DF. à otra magnitud mayor, ò menor que la EF. la misma razon, que la AC= tiene à la BC= (ax. [illegible])=

Tenga lo 1.º si es possible DF. à GF. menor que la EF. la misma razon que la AC tiene à la BC= y será dividiendo (17. p.) la AB= à la BC= como la DG. à la GF. pero es por sup.r como AB= à BC= assi DE. à EF. luego (11. p.) será como DG. à GF. assi DE= à EF. pues la 1.ª DG. es mayor que la 3.ª ED= (8. ax.) luego la 2.ª GF. será mayor que la 4.ª EF. (14. p.) la parte mayor que el todo (8. ax.) no puede ser, luego tampoco puede ser que la DF. tenga à otra mag.d menor que la EF. la misma razon que la AC= tiene à la BC= &c.

Lo 2.º tenga la DF. à la GF. mayor que la EF. la

la misma razon que la AC: tiene á la BC. y por esto dividiendo (17. p.) será la AB: á la BC: como DH á HF: pero es por sup. como AB: á BC: así DE: á EF: luego (11. p.) será como la DH: á la HF: así la DE: á la EF: pero la 1.ª DH: es menor que la 3.ª DE: (9. ax.) luego la 2.ª HF: es menor que la 4.ª EF (14. p.) é lo menor que la parte lo que (9. ax.) no puede ser, luego tampoco puede ser que la DF tenga á otra mag.d mayor que la EF la misma razon que la AC: tiene á la BC. Está probado que tampoco puede tener la misma razon á otra menor que la EF luego la DF: á la EF: tiene la misma razon que la AC: á la BC: quod era [illegible] luego, [illegible]

En numeros.

Sea como AB=12: á BC=4: así DE=9: á EF=3: y será componiendo: como AC=16: á BC=4: así DF=12: á EF=3: [illegible]

Scholio.

De aquí se demuestra la 1.ª la razon [illegible]

conversa, porque si será como la AB = à la BC = assí la BC = à la CF: será por la razon compuesta conversa. como la AC = à la AB = assí la BF: = à la BC: porque siendo AB. à BC = como BC = à CF = será invirtiendo (C.º 4. p.) BC = à AB = como CF: à BC luego Componiendo (18. p.) será AC = à AB = como BF. à BC = q. e. lo 1.º = = =

En numeros.

Siendo AB = 12 = à BC = 4 = como BC = 9 = à CF = 3 = luego será por la razon compuesta conversa AC. 16 à AB. 12 como BF. 12 = à BC. 9 =

Demostrar la 2.ª la razon compuesta conversa, porque si será como AB = à BC = assí BC = à CF. será componiendo por la razon contraria AB = à = AC. como BC = à BF: porque, por supp.º es AB = à BC como BC = à CF: luego invirtiendo (c.º 4. p.) será BC = à AB: como CF à BC = luego componiendo (18. p.) será AC = à = AB = como BF: à BC = y invirtiendo será (c.º 4. p.) AB = à = AC = como BC = à BF q. e. lo 2.º.

AB. (12) à AC. (16)

En numeros.

Siendo AB = 12. à BC = 4 = como DE = 9 = à EF = 3 = se- ra porla razon compuesta contraria AB 12 = à AC = 16 = como DE = 9 = à DF = 12 = &c. q.e es v.d

Proposicion 19.

Si el todo al todo, es como la parte à la parte, tambien el residuo al residuo, será como es todo al todo.

Sea como la AB = ala CD = assi la p.te AE = ala p.te CF = Digo, que el residuo EB = al residuo FD = es como la entera AB = ala entera CD = por que siendo la AB = ala CD = como la AE = ala CF = luego alternando (16. p.) será como la AB = ala AE = assi la CD = ala CF = y dividiendo (17. p.) será como la AE = ala EB = assi la CF = ala FD = y alternando (16. p.) será como la EB = ala FD = assi la AE = ala CF = pero la AE = ala CF = es por la sup.n como la AB = ala CD = luego (11. p.) la EB = ala FD = es como la AB = ala CD. &c.

En-

En numeros.

Sea como la AB=12= à la CD=9= assi la parte AE=8= à la parte CF=6= y serà el residuo EB=4= al otro residuo FD=3= como el todo AB=12= al todo CD=9.=

Scholios.

De aqui se sigue el modo de arguir, que llaman razon conversa; porque si se da como AB= à= CD= assi EB= à FD= serà alternando (16.p.) AB= à= EB= como CD= à FD= luego dividiendo (17.p.) serà AE= à EB= como CF= à FD= è invirtiendo (c.º 4.p.) serà EB= à AE= como FD= à= CF= y componiendo serà (18.p.) como AB= à AE= assi CD= à CF= que es la razon conversa &c. En numeros.

Sea como AB=12= à EB=4= assi CD 9= à FD 3= y serà la AB=12= à AE=8= como CD 9= à CF 6= que es la razon conversa, y esta explicada en la definic.ⁿ 16.

Proposicion 20

Si ...

Dadas tres magnitudes, y otras en igual numero, en proporcion ordenada, que cada dos de ellas tomadas juntas tengan una misma razon, si la 1ª es mayor que la 3ª, la 4ª será mayor que la 6ª; y si igual, igual, y si menor, menor.

Sean dadas las mag. A, B, C y otras tantas D, E, F, que sea como A à B así D à C, y como B à C así E à F. Digo lo 1º que si A es mayor que C, tambien D es mayor que F. Porque siendo A mayor que C, tendrá A à B mayor razon que C à B (8. p.) pero como A à B así D à E, luego (13. p.) la D à la E tiene mayor razon que C à B; y porque como B à C así E à F, luego invirtiendo (co. 4. p.) será como C à B así F à E; pero está demostrado que D à E tiene mayor razon que C à B, y C à B es como F à E, luego D à E tiene mayor razon que F à E, luego (10. p.) D es mayor que F; que es lo 1º. —

En

En numeros.

Sea como A 12 à B 6 assi D 8 à C 4 y como B 6 à C 3 assi C 4 à F 2 y siendo A 12 mayor que C 3 serà tambien D 8 mayor que F 2 [illegible]

Digo lo 2.º que si la 1.ª A es igual à la 3.ª C tambien la 4.ª D es igual à la 6.ª F porque A y C tendràn cada una, una misma razon à la B (7 p.) pero es como A à B assi D à C luego (11 p.) la D à la C es como la C à la B pero la C à la B es invertiendo (c. 4 p.) como F à D luego D à C tiene la misma razon que la F à la C (9 p.) y es 2.º

En numeros.

Digo lo 3.º que si A es menor que C tambien D es menor que F porque siendo A menor que C tendrà A à B menor razon que C à B (8 p.) pero serà como A à B assi D à C luego (Sch. 13 p.) la D à la C tiene menor razon que C à B pero esta invertiendo que la C à la B es como la

F. à la C. luego D. â C. (sch. 13. p.) tiene menor raz.ⁿ que F. â C. luego (10. p.) D. es menor que F. q. esto 3.º

En numeros.

Sea como A. 12. â B. 6. así D. 8. â C. 4. y sea tamb.ⁿ como B. 6. â C. 18. así C. 4. â F. 12. y por que A. 12 es menor que C. 18. tambien D. 8. es menor q. F. 12. &c.

Proposicion 21.

Dadas tres mag.ˢ y otras en igual numero, que cada dos de entrambas p.tes tengan una misma razon, y estén en la proporcion perturbada si la 1.ª es mayor que la 3.ª la 4.ª será mayor que la 6.ª y si igual igual, y si menor, menor.

Sean las mag.ˢ A B C = y otras tantas D E F. = y sea como la 1.ª A = a la 2.ª B = así la 3.ª C = â la 4.ª F. y como la 2.ª B = a la 3.ª C = así la D. â la C = D.ᵍᵒ lo 1.º que si A = es m.ʳ que C = tambien D = es m.ʳ que F. = por que siendo A = mayor que C = tendrá la A = a la B = mayor razon que C = â = B = (8. p.) pero co-

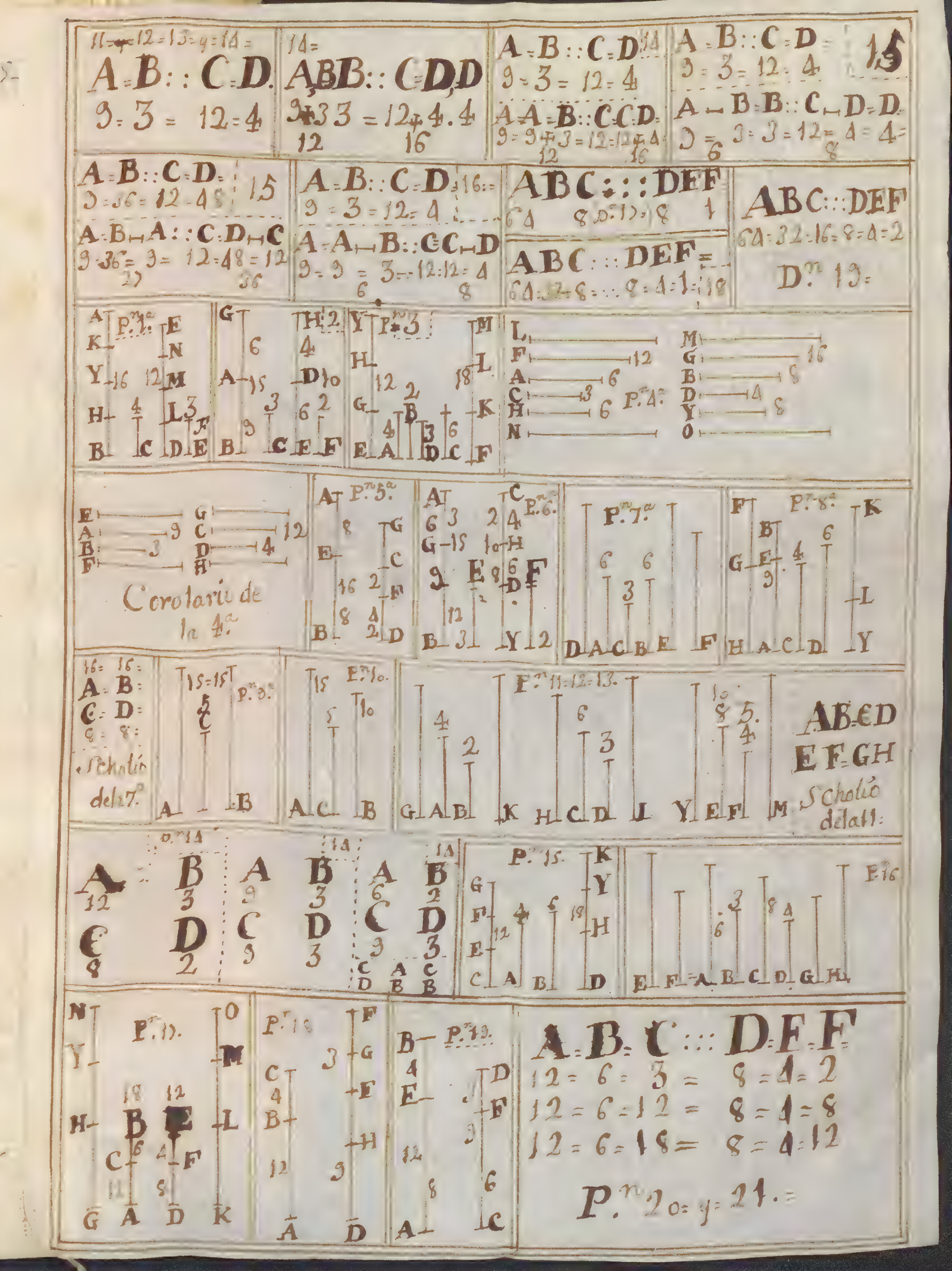
como A = â = B = assi C = â = F.ᵗ luego (13. p.) la C = ala F.ᵗ tiene mayor razon que C = â = B: pero como C = â B = assi es invirtiendo (c. 4. p.) C = â = D: luego (13. p.) la C = â la F.ᵗ tiene mayor razon que C = â = D: luego (10. p.) A = es mayor que F.ᵗ y es lo 1.º : : : : :

En numeros.

Sea como A. 12 = â = B = 8 = assi C = 9 = â = F.ᵗ = 6 = y como B = 8 = â = C = 4 = assi D = 18 = â = C = 9 = y por que A = 12 = es m.ʳ que C = 4: D = 18 = serà m.ʳ que F. 6.

Digo lo 2.º que si A = es igual â C = tambien D = es igual â F: por que siendo A = igual â C = tendrà la A = â la B = la misma razon que la C = â la B = (7. p.) pero es como A = â = B = assi C = â = F: por sup.ⁿ luego la C = â la F.ᵗ es como C = â = D (11. p.) pero como la C = â la B = assi es inv.ᵈᵒ (c. 4. p.) la C = â la D = luego (11. p.) la C = â la F.ᵗ es como C = â la D = luego la D = es igual â la F.ᵗ (9. p.) y es lo 3.º

En



En numeros.

Sea como A=12=â=B=8=assi C=9=â=F=6=y como B=8=â=C=24=assi D=3=â=C=9=y por que A=12=es me-nor q. C=24=D=3= es menor q. F=6.

Proposicion 22.

Dadas alg.s mag.s quales en igual numero en proporcion hordenada, que cada dos de entre ambas ptes. tengan una misma razon, serà por igualdad de razon como en las 1.s mag.s la 1.a a la ultima assi en las 2.s mag.s la 1.a a la ultima.

Sea las 1.s tres mag.s ABC= y otras tantas DEF y sea como la A=a la B=assi D=â=E= y como B=â C=assi E=â=F= Digo, que por igualdad de razon serà, como A=â=C=assi D=â=F= tomese de las A=y=D=igualmente multip.s Y=K=y de las B=y=E=otros igualmente multip.s L=M=y de las C=F=otros igualmente multip.s N=O=y porque sera como A=â=B=assi D=â=E=serà

y.

Y= multiplice dela 1.ª A= â L= multiplice dela 2.ª B= como K= multiplice dela 3.ª D= â M= multip.ce dela 4.ª C= (4.p.) y por la misma razon será L= multiplice dela 1.ª B= â R= multiplice dela 2.ª C= como M= multiplice dela 3.ª C= â O= multiplice dela 4.ª F= por ser por sup.n como B= â C= assi C= â F= Y por que ay tres mag.s q. son Y= L= R. y otras tantas K= M= O= que tomadas de dos en dos están en la prop.n hordenada, estoes: como Y= â L= assi K= â M= y como L= â R= assi M= â O= como esta demonstrado, luego (20.p.) si la 1.ª Y= es mayor, igual, ô menor, que la 3.ª R= tambien la 1.ª K= será mayor, igual, ô menor que la 3.ª O= y por que ay quatro cantidades, la 1.ª A= la 2.ª C= la 3.ª D= y la 4.ª F= y las Y= R= igualmente multip.s dela 1.ª y 3.ª son ig.s mai.s ô men.s que las K= O= igualmente multip.s dela 2.ª y 4.ª luego (5. D.) será: como la 1.ª â la 2.ª C= assi

la 3.ª D = â la 4.ª F = q. es lo 1.º q. se havía de demonst.r

En numeros.

Sea como A 3 = â = B = 5 = assí D = 6 = â = E = 10 = y

como B = 5 = â = C = 15 = assí E = 10 = â = F = 30 = y será

por la igualdad de razon, como A = 3 = â =

C = 15 = assí D = 6 = â F = 30.

Sean lo 2.º quatro mag.s A, B, C, G = y otras tant.s

D E F H = y será como A = â = B = assí D = â = E = y

como B = â = C = assí E = â = F = y como C = â = G = assí

F = â = H = Digo, que por igualdad de razon

es como A = â = G = assí D = â = H = porque está de-

monstrado antecedentemente, que A = â = C = tiene

mayor razon que D = â = F = y aora se supone

C = â = G = como F = â = H = luego por la dem.n antecedente

será como A = â = G = assí D = â = H = que es lo 2.º &c.a

En numeros.

Sea como A = 3 = â = B = 5 = assí D = 6 = â = E = 10 = y como

B = 5 = â = C = 15 = assí E = 10 = â = F = 30 = y como C = 15 = â G = 60

así F = 30 = â = H = 120 = y será por la igualdad de razon = A = 3 : â = G = 60 = como D = 6 = â = H = 120 = &c.ª

Scholio. (Fig. 5)

Si la 1.ª á la 2.ª tiene la misma razon que la 3.ª â la 4.ª tamb.n las igualm.te multip.s de la 1.ª y 3.ª á la 2.ª y 4.ª tendrán una misma razon. y las igualmente multip.s de la 2.ª y 4.ª á la 1.ª y 3.ª tendrán la misma

razon.

Sea como la A = â la C = así la B = â la D = y tómense las E = F = igualmente multip.s de las A = B = y la G = H = igualmente multip.s de las C = D = y será (15. p.) la E = â la A = como la F = â = la B = pero la A = á la C = es como B = â = D = luego (22. p.) por la igualdad de razon será como la E = â = la C = así la F = â la D = así mismo (15. p.) es como G = â = C = así H = â = D = y = E = â = A = como D = â = B = (C. 4. p.) luego (22. p.) por la igualdad de razon será, como G = â = A = así H = â = B = q.e es lo d.º

En numeros.

Sea

Sea A=6=â=C=8= como B=9=â=D=12= y sea E=18 multiplice de A=6= como F=27=lo es de B=9= y serà E=18=â=C=8=como F=27=â=B=12= y tamb.n

sea G=24= igualmente multip.ce de C=8= como H=36= de D=12= y serà G=24=â=A6=como H=36=â B=9= &c.a q.l &c.a

Proposicion 23.

Dadas tres mag.s y otras tres en igual numero, que cada dos entrambas p.tes tengan una misma razon, y estèn en la proporcion perturbada, tamb.n por la igualdad de razon serà: como en las 1.s mag.s la 1.a à la ultima, assi en las 2.s la 1.a à la ultima.

Sean las tres mag.s ABC, y otras tres DEF= y sea como A=â=B= assi E=â=F= y como B=â=C= assi D=â=E= &c.a, que serà como A=â=C= assi D=â=F. Tomense de las A,B,D, ig.lmente multip.s Y.L.K y de las C=E=F= otros quales q.a igualmente multip.s

A=

R. M. O. y será (15. p.) como la A = ala = B = así la Y =
âla L: pero como A = â = B = así es C = â = F. por
sup.ⁿ luego (11. p.) será como Y = â = L: así C = â = F. pero
C = â = F es como M = â = O. (15. p.) luego (11. p.) Y = â = L = es
como M = â = O. tambien B = â = C = es como L â R = (15. p.)
y B = â = C = se supone como D = â = E. luego (11. p.) L = â = R.
es como D = â = E = pero D = â = E = es como K = â = M = (15. p.)
luego L = â = R = es como K = â = M = aviendo pues tres
cantid. Y. L. R. y otras tres K = M = O = que tomad.
dos â dos están en la proporcion perturbada, esto es:
como Y = â = L = así M = â = O. y como L = â = R = así K = â =
M = como queda demonstrado, luego (21. p.) si la 1.ª
Y = es may.ʳ igual, ô menor que la R = tambien la
K = será may.ʳ igual, ô menor que la O = y porque
ay quatro mag. la 1.ª A = la 2.ª C = la 3.ª D = y
la 4.ª F. y los multip. Y. K. de la 1.ª y. 3.ª son may.
ig. ô menores, que los multip. R = O = de la 2.ª y. 4.ª
luego (6. D.) será como la 1.ª A = ala 2.ª C = así la 3.ª
D = ala 4.ª F. que es lo q.ᵉ luego. D.ᵒ - - - - - - - -

En numeros.

Sea como A=12: â= B=4= assi C=18: â= F=6= y como B=4= â= C=8= assi D=9= â= C=18= y será por la igual raz: de razon, como A=12: â C=8= assi D=9= â F=6.

Scholio.

Lo que se demuestra en esta prop.ⁿ de tres mag.ˢ se demuestra tambien en mas mag.ˢ porque si se da como A=12= â= B=4= assi C=18= â= F=6= y como B=4= â= C=8= assi F=6= â H=12= y como C=8= â= G=2= assi D=32= â= C=18= será A=12= â= G=2= como D=32= â H=12= porque esta demonst.ⁿ quiere como A=12 â= C=8= assi C=18= â H=12= y se supone C=8= â= G=2= como D=32= â C=18= luego (23. p.) será A=12= â= G=2= como D=32= â H=12= que es lo q.ª ----------

Corolario

De aqui se sigue, que dadas 4= mag.ˢ proporcionales como A= B= C= D= si de la 1.ª se toma qualq.ʳ multip.ˡᵉ y de la 2.ª un submultiplice, quedarán prop.ˢ el multiplice de la 1.ª con la 2.ª y la 3.ª con el submultiplice

dla 4.ª Como al contrario si se toma un submultiplice dla 1.ª y el multiplice dla 4.ª quedarà el submultiplice dla 3.ª conla 2.ª enla misma razon que la 3.ª conel multiplice dla 4.ª Porque enel 1.º caso; si se toma un duplo de A = serà 2 = A = y un submultiplice de D = serà ½ = D = y se infiere, que 2 A = â B = es como C = â ½ = D = porque como 2. A = â B así D = â = ½ = D = (15. p.) y como A = â = B = así se supone C = â = D = luego (23. p.) serà como 2. A = â = ½ = D = así C = â ½ = D = Del mismo modo se demuestra, que el submultiplice de A = con relacion de A = tenga

â B = la misma razon,

que C = â = ½ D.

En numeros.

Sea como A 9 = â = B = 3 = así C = 12 = â = D = 4 = y tomese 2. A = que valdrà 18. y la ½ = D = que vale 2. y serà el duplo de A = que es 18 = â B = 3 = como C = 12 = â ½ = D = que es 2 = que es el 1.º caso. Y en el 2.º tomese ⅓ = de A = que valdrà 3. y tomese 3. D = que es un triplo, y valdrà 12 = y se

serà $\frac{1}{3}$ de A = que es serà B 3 = como G = 10 = à 30. ò

ò su triplo = que es 10 = Lo mismo que se ha hecho con

la 1.ª y 4.ª mag.s si se hace con la 2.ª y 3.ª serà

serà lo mismo = toda que el quadruplo

de B = 8 = es 32 = que es triple ¼ parte de C = 12 = que

es ¼ de C = triple de ¼ serà 24 = à 32 = que es 32 co.

... ¼ de C = 12 = que es 3 = à ... como al contrario 8

de B = 8 = serà la 4.ª pte. que es 2 = y de C = 12 = serà

... el quadruplo que es 4 = C = 48 = que serà ...

A ... = 4 = ... que es ... como ... serà D = 4 =

Proposicion 24

Si la 1.ª à la 2.ª tiene la misma razon que

la 3.ª à la 4.ª y una 5.ª à la 2.ª tiene la misma

razon que una 6.ª à la 4.ª = tamb.n la compuesta

de la 1.ª y 5.ª à la 2.ª tendrà la misma ra-

zon que la compuesta de la 3.ª y 6.ª à la 4.ª

Sea la 1.ª AB à la 2.ª C como la 3.ª DE à la 4.ª

F y que tamb.n la 5.ª BG à la misma 2.ª C ...

... à la 4.ª F. Digo que la compuesta ...

tiene à la BG. C la misma razon) que DH. comp.
de 3. y 6. de la 1.ª parte. tendra la BG. à la C
como la EH. à la F. por sup. sera (tambien
(22. 4. n.) como C. à BG. assi F. à EH. y por que co-
mo AB. à C. assi DE. à F. por sup. y como C.
à BG. assi F. à EH. por dem. luego sera (22. p.)
como la AB. à la BG. assi la DE. à la EH. luego
compon. (18. p. 5.) sera la AG. à la BG. como DH. à
EH. pero BG. à C. se supone como EH. à F. luego
(22. p.) sera por igualdad de razon, como AG. à C
assi DH. à F. que es lo que se havia de demostrar.

En numeros.

Sea como AB=9. à C 3: assi DE=6. à F 2: y como
BG=6. à C 3: assi EH=4. à F 2: y sera como AG=15
à C 3: assi DH=10. à F 2. luego &c.

Scholio.

Si dos magnitudes tienen otras dos la misma razon;
y dos partes dellas tienen la misma razon de las
otras, los residuos de las 1.as tendran las 2.as la misma
razon. —

Sea

Sea la 1ª AB á la 2ª C: como la 3ª DE á la 4ª F: y sea también la 5ª AG á la 2ª C: como la 6ª DH á la 4ª F: Digo, que el residuo BG: á la C: como tambien el residuo EH: á la F: porque siendo por sup.n AB: á: C: como DE: á: F: será invirtiendo (c. 1. p.) C: á: AB: como F: á: DE: pero la AG: á: C: como DH: á: F: y por lo mismo C: á AB: como F: á: DE: luego (22. p.) por igualdad ordenada será AG: á: AB: como DH: á: DE: luego dividiendo (17. p.) será como BG: á: AB: así EH: á: DE: pero tambien se supone AB: á: C: como DE: á: F: luego (p. 22.) será por igualdad ordenada BG: á: C: como EH: á: F: q. es lo q. se havia de dem. luego &c.

Comentario.

Sea AG: 18: á: C: 3: así DH: 12: á: F: 2: y sea tamb.n la parte AB: 9: á: C 3: como DE: 6: á: F: 2: y será el residuo BG: 6: á: C 3: como el residuo EH: 6: á: F: 2: &c.

Proposición 25.

Sea.

Dadas quatro mag.^s proporc.^s la maxima y la [illegible] minima, son mayores que las otras.

Sea como la AB: a la CD: assi la E: a la F: y sea AB: la maxima y F: la minima. Dig. que estas dos juntas son mayores que las otras CD: y E: juntas. Cortese de AB: AG: igual a E: y de la CD: la CH: igual a la F: (3 p. 1) y será la AG: a la CH: como la E: a la F: (7 p. 5) pero E: a F: es como AB: a CD: luego (11 p. 5) la AG: a la CH: es como la AB: a la CD: y por que el todo AB: al todo CD: es como la parte AG: a la parte CH: luego (19 p. 5) el resto GB: al resto HD: es como el todo AB: al todo CD: pero la AB: por ser la maxima es mayor que la CD: luego (14 p. 5) el resto GB: es mayor que el resto HD: y porque las AG: E: son igu.^s y por consig.^te como tambien las CH: y F: [illegible] la F: ala AG: y la E: ala CH: que [illegible]

(12.ax.) las AB= y X. juntas; q.e á la CH=e jun-
tas, luego si á las AB=X. se añade la may.r
AB= y á la CH=e la menor CD= quedarán
(3.ax.) las AB= y X. juntas may.s que la CD=e
juntas, luego &c. q.e es &c.a

En numeros.

Sea como AB= 8= á CD=4= así E=6= á X3
quedan 8= y 3= juntas, que son 11 may.s que
CD=4 y E=6= junt. que son 10= &c.

Proposicion 26.a

Si la 1.a de las 4 tiene mayor razon, que la 3.a
á la 4.a invirtiendo tendrá la 2.a á la 1.a menor ra-
zon que la 4.a á la 3.a

Tenga la AB= á la B mayor razon que la C á
la D= digo que invirtiendo tendrá la B á la
AB= menor razon que la D= á la C. Hagase la
C á la D= como la C [illegible] á la D= y será (13.5.o)
la X. á la AB= mayor razon que la C á la D= luego
[illegible]

[illegible]

Co[illegible]

[illegible]

Scholio.

[illegible]

Proposição 27.

[illegible] tanto.

[illegible] alternando mayor la 1.ª á la 3.ª raz.
que tiene qualq.ª á la 4.ª

Tenga la A á la B mayor razon que la C á la
D: digo, que alternando tendrá la A á la C
mayor razon que la B á la D: hagase como C á
D asi E á B: tendrá (11.5) A á B mayor
razon que E á B: luego (10.5) A es mayor que E:
y (8.5) la A á la C tiene mayor razon que E
á la misma C: pero es por construcc.on E á B como
C á D: luego alternando (16.5) será como E á
C asi B á D: pero está demost.do que A á C
tiene mayor razon que E á C; y E á C como
B á D: luego (13.5) A á C tiene mayor razon
que B á D: luego &c.

Corolario.

Tenga A 12 á B 3 mayor razon que C 8 á
D 4: alternando tendrá 12 á C 8 mayor
razon que B 3 á D 4.

Scholio.

Esta 1.ª de [illegible] [illegible] inversa [illegible]

á la 4.ª tamb.ⁿ dividiendo tendrá la 1.ª á la 2.ª mayor raz.ⁿ q la 3.ª á la 4.ª

Proposicion 28.

Si la 1.ª á la 2.ª tiene mayor razon q la 3.ª á la 4.ª tamb.ⁿ componiendo tendrá la 1.ª con la 2.ª á la 2.ª mayor raz.ⁿ q la 3.ª con la 4.ª á la quarta.

Tenga la AB á la BC mayor raz.ⁿ q la DE á la EF; digo q componiendo tendrá AC á BC mayor razon q DF á EF. Hagase la GB á BC como DE á EF y tendrá la AB á la BC mayor razon q la GB á la BC (10. de 5.) luego AB es mayor q GB. añadase comun la BC: luego será AC mayor q GC: luego la AC tendrá á la BC mayor raz.ⁿ q la GC á la BC (8. de 5.) pero GB á BC es como DE á EF por const. luego comp.do GC á BC como DF á EF [illegible] luego AC á BC mayor razon q DF á EF [illegible]

En numeros.

[illegible] BC [illegible] mayor [illegible]

DE [illegible] AC [illegible]

[illegible] mayor [illegible]

[illegible] hallar [illegible]

[illegible] numero.

[illegible]

[illegible] BC [illegible]

[illegible] BD =

Scholio.

[illegible]

[illegible]

[illegible]

Proposicion 23.

[illegible]

[illegible]

[illegible] tendra la [illegible] mayor

[illegible]

[illegible] la AC ala BC mayor [illegible] que la

[illegible] Digo que [illegible] tendra la

BB.

AB. ala BC. mayor razon que la DE. a la EF.
hagase como DF. à EF. asi ABC. à BC. y
tendrà la AC. à la BC. mayor razon que la ABC
ala BC. (13. p.) luego (10. p.) AC. es mayor que ABC
quitese BC. comun, y quedarà (5. ax.) AB. mayor
que AB. luego (8. p.) la AB. ala BC. tiene mayor
razon que la AB. ala BC. pero es por const. ABC.
à BC. como DF. à EF. luego div. (17. p.) [illegible]
[illegible] AB. à BC. asi DE. à EF. esto supuesto [illegible]
que AB. à BC. tiene mayor razon que AB. à BC. y
AB. à BC. como DE. à EF. luego (13. p.) AB. à BC.
tiene mayor razon que DE. à EF. luego [illegible]

[illegible] En numeros.

Tenga AC. 10. à BC. 2. mayor razon que DF. 12
à EF. 3. y div. tendria AB. 8. à BC. 2. mayor
razon que DE. 9. à EF. 3. [illegible]

Scholio.

[illegible]

Proposicion 30.

Si la compuesta dela 1.ª y 2.ª ala 2.ª tendrà mayor razon, que la compuesta de 3.ª y 4.ª ala 4.ª: Conversamente tendrà la 1.ª conla 2.ª ala 1.ª menor razon quela 3.ª conla 4.ª ala misma 3.ª

Tenga la AC ala BC mayor razon quela DF ala EF. Digo; que por la razon conversa tendrà la AC ala AB menor razon quela DF ala DE: porque teniendo mayor razon la AC ala BC quela DF ala EF: serà dividiendo (29. p.) la AB ala BC de mayor razon que DE à EF: luego invirtiendo (26. p.) tendrà la BC âla AB menor razon que la EF âla DE: y componiendo (28. p.) tendrà la AC ala AB menor razon quela DF ala DE.

En numeros.

Tenga la AC = 15. ala BC = 3: mayor razon quela DF = 12. ala EF = 4: y tendrà porla razon conversa AC = 15 = ala AB = 12: menor razon que DF = 12: â DE = 8 &c

sola-

Scholio.

Del mismo modo se demuestra que si la compuesta de la 1.ª y 2.ª á la 2.ª tiene menor razon que la Compuesta de 3.ª y 4.ª á la 4.ª que tambien convertendo tendrá la 1.ª con la 2.ª á la 1.ª mayor razon que la 3.ª con la 4.ª á la misma 3.ª

Proposicion 31.

Dadas tres magnitudes, y otras tantas igualmente unas, si en las 1.s la 1.ª á la 2.ª tiene mayor razon, que en las 2.s la 1.ª á la 2.ª y si en las 1.s la 2.ª á la 3.ª tiene mayor razon que en las 2.s la 2.ª á la 3.ª tambien por igualdad ordenada en las 1.s la 1.ª á la 3.ª tendrá mayor razon que en las 2.s la 1.ª á la 3.ª

Sean las 1.s A.B.C. y las 2.s D.E.F. y tengan mayor razon la A á la B que la D á la E y la B á la C mayor razon que la E á la F. Digo que la A á la C tiene por igualdad ordenada mayor razon que la D á la F. Porque la

G. â la C. como la E. â la A. y tendrà la B.
â la C. mayor razon, que la G. ala C. (13. p.)
luego (10. p.) la B. es mayor que la G. y (8. p.)
tendrà la A. â la menor G. mayor razon, que
la A. ala mayor B. pero la A. ala B. tiene
por supp.[on] mayor razon que la D. ala C.
luego la A. ala G. tiene mucha mayor ra-
zon que la D. â la C. Hagase la H. ala G.
como la D. ala C. y tendrà (13. p.) la A. ala
G. mayor razon que la H. ala G. luego (10. p.)
la A. es mayor que la H. luego (8. p.) la A.
ala C. tiene mayor razon que la H. ala C.
pero como la H. ala C. assi es la D. â la A.
(p. 22) = por la igualdad de razon, por que es por
construcc.[on] D. â E. como H. â G. y como E. â A.
assi es G. â C. y esta demostr.[do] que A. â C.
tiene mayor raz.[on] que H. â C. y H. â C.
como D. â A. luego (13. p.) A. â C. tiene may.
razon que D. â A. lo q.[e]

En numeros.

Tenga A=12= â B=8= mayor razon que D=9=â E=7 y tambien tenga mayor razon B=8= a C=4= que E=7=â F=6= y tendrà por razon de igualdad A=12=â C4 mayor razon que D=9=â F=6.

Scholio.

Del mismo modo se demuestra, que si la A à la B= tiene la misma razon que la D à la E y la B à la C mayor razon que la E à la F que por igualdad de razon la A à la C tiene mayor razon que la D à la F= como si la A à la B tiene mayor razon que la D à la E= y la B à la C= la misma razon que la E à la F que por igualdad de razon la A à la C= tendrà mayor razon que la D à la F =

Lo mismo se deve entender quando las razones de las 1.as mayores son menores que las de las 2.as como queda explicado en la proposicion, y en el scholio antecedente, porque entonces se toman las 2.as por 1.as

Proposicion 32.

Dadas tres magnitudes, y otras en ygual numero, si en las 1.as la 1.a ala 2.a tiene mayor razon que en las 2.as la 2.a ala 3.a y si en las 1.as la 2.a ala 3.a tiene mayor razon que en las 2.as la 1.a ala 2.a tambien por igual razon en las 1.as mag.s la 1.a ala 3.a tendrà mayor razon q. en las 2.as la 1.a ala 3.a

Sean las 1.as mag.s ABC= y las 2.s DEF= y tenga la A= ala B= mayor razon que la E= à la F= y tambien la B= ala C= mayor raz.n que la D= ala E= Digo que la A= ala C= tiene may.r razon que D= à F= Hagase la G= ala C= como la D= àla E= y tendrà la B= ala C= may.r razon que la G= ala C= (13. p.) luego B= es m.r que G= (10. p.) luego la A= ala menor G= tiene m.r razon que ala may.r B= (8. p.) pero la A= ala B= tiene mayor razon que la E= à la F= por sup.n luego la A= ala G= tiene mucha mayor raz.n

1.a

que la C= á la F= Hagase la H= á la G= como la C= á la F= y tendrá la A= á la G= mayor razon q.^e la H= á la G= (13. p.) luego A= es mayor que H= (10. p.) luego (8. p.) tendrá la A= á la C= mayor razon que H= á C= pero como H= á C= assi es D= á F= (22. p.) por igualdad de razon, porque como H= á G= assi es C= á F= por const.^n y por la misma es como G= á C assi D= á C= luego la A= á la C= (que tiene ~~la misma~~ mayor razon que H= á C= y H= á C= la misma que D= á F= tiene mayor razon que D= á F= (13. p.) Q.^e [illegible]

En numeros.

Tenga A= 12= á B= 8= mayor razon que C= 7 ... A= 6= y tambien D= 8= á C= 4= mayor razon que D= 9 á C= 7= y será por igualdad de razon A= 12= á C= 4= mayor razon que D= 9= á F= 7= &c.^a

Scholio.

Del mismo modo se demuestra por todos los 10 á la 2.^a [illegible] pruebas que por todas

2.ª la 2.ª ala 3.ª yenlas 1.ª la 2.ª ala 3.ª tiene mas razon que en las 2.ª la 1.ª ala 2.ª y por cons.ᵗᵉ la razon enlas 1.ª mag.ᵉˢ la 1.ª ala 3.ª tendrà mayor razon que enlas 2.ª la 1.ª ala 3.ª = Como tendra? Si enlas 1.ª la 1.ª ala 2.ª tiene mayor razon que enlas 2.ª la 2.ª ala 3.ª yenlas 1.ª la 2.ª ala 3.ª tiene lamisma razon que enlas 2.ª la 1.ª ala 2.ª tambien porq.ᵉ la razon enlas 1.ª la 1.ª ala 3.ª

tendrà may.ʳ raz.ⁿ que enlas 2.ª

la 1.ª à la 3.ª

Del mismo modo se demonstrarà tambien quando enlas 1.ª fueren las razones menores q. enlas 2.ª siguiendo el horden que queda puesto enel scholio, y proy.ⁿ antesedente, se probarà que enlas 1.ª la 1.ª ala 3.ª tendrà menor raz.ⁿ que enlas 2.ª la 1.ª ala 3.ª

...

Proposicion 33.

Si el todo al todo tiene mayor razon que la pte. a la pte. tambien el residuo al residuo tiene may. razon q. el to. al todo.

Tenga el todo AB. al todo CD = mayor raz. q. la pte. AE. a la pte. CF. digo que el residuo EB al residuo FD. tiene mayor razon que el todo AB. al todo CD. por que siendo AB = â = CD = de may. razon que AE = â = CF = por sup. luego permutando, ô alternando (27. p.) tendrà la AB. a la AE may. razon que CD = â = CF = y conv.do (30. p.) tendrà la AB = a la EB = mayor razon que CD = â = FD = luego permutando (27. p.) serà AB = â = CD = menor que EB = â = FD = esto es, la EB = â FD. tiene mayor razon que AB. â = CD = luego &c. = = = = =

En numeros.

Tenga AB = 18 = â CD = 14 = mayor razon que AE = 15 = â CF = 10 = y tendrà 8 = â 4 = may. razon que 18 = â = 14 = &c.

Scholio

Del mismo modo se demuestra que si el todo al todo tiene menor razon que la parte a la parte, que tamb.n el residuo al residuo tiene menor razon q. el todo al todo.

Proposicion 3?.

Las razones que son duplicadas de duplicadas de q.s razones son iguales entre si.

Sea la razon de la A: a la C: duplicada de la que tiene la A: a la B: y la razon de la D: a la F: duplicada de la q. tiene la D: a la E: y la razon de la A: a la B: sea igual a la razon de la D: a la E:

Digo que la razon de la A: a la C es igual a la razon de la D: a la F: porque siendo la razon de la A: a la C: duplicada de la razon de la A: a la B: sera (10. D.) como A: a B: asi B: a C: y por la misma (10. D.) porque la razon de la D: a la F: es duplicada de la que tiene la D: a la E: sera como D: a E: asi E: a F:

y

y porque es por sup. A à B como D à E, será también B à C como E à F; y porq. ay tres mag. A B C y otras tantas D E F que tomadas de dos están en la proporcion hordenada luego (22. p.) será como A à C assi D à F q. es &c.ª

En numeros.

Tenga A = 27 à C = 3 duplicada razon de la que tiene A = 27 à B = 9 y será tambien D = 36 à F = 4 de duplicada razon que D = 36 à E = 12 y por ser iguales la razon de A = 27 à B = 9 y la de D = 36 à E = 12 será tambien la razon de A = 27 à C = 3 como la q. tiene D = 36 à F = 4 luego &c.ª

Proposicion 35.

Las razones ig. que son duplicadas, ò triplicad. &c.ª de iguales raz. son ig. entre si.

Sea la razon de la A a la C duplicada de la razon de la A a la B, y tambien igual a la razon de la D a la F duplicada de la razon de la D a la

di-

Digo q. la razon de la A. a la B. es igual a la de la D. a la C. Porq. como A. a B. asi D. a G. y como B. a C. asi G. a H. y serà (11. 5.) como A. a C. asi D. a H. q. es lo mismo q. puede ser (22. p.) pero por sup.n A = a = C = es como D = a = F = luego (11. p.) serà como D = a = F = asi D = a = H = y (9. p.) F = y = H = son ig.s luego tambien las intermedias C = G = (D. 10.) y serà como D = a = G = asi D = a = C (7. p.) pero como D = a = G = asi es A = a = B. por const.n luego (11. p.) A = a = B = es como D = a = C. L. q. se d.

En numeros.

Tenga A = 27 = a = C = 3 = duplicada razon de A = 27 = a B = 9 = = a la razon de D = 36 = a F = 4 = duplicada de D = 36 = a = C = 12 = y serà la razon de A = 27 = a = B = 9 = = a la razon de D = 36 = a = C = 12 = q. es lo d.o

Apendix.

dela prop.n y denomin.s de las razones.

Numero 1.o denom.r dela razon.

De

Denominador dela razon racional, es el que distinta, y claramente exprime el respecto de un numero a otro, ó el que ala unidad tiene la misma razon, que uno tiene a otro, y asi el denominador explica quantas vezes el numero mayor contiene al menor, y quant. vezes el menor esta contenido en el mayor. Como el denominador dela razon de 27 = á = 9 = es 3 = por que el 3 = ala unidad tiene la misma razon que 27 = á = 9 y asi el 3 = esplica quantas vez. el antesedente 27 = ~~esta~~ contiene a su conseqte 9 = ó quantas vez. el consequente 9 = esta contenido en su antte. 27 =

El denominador de qualqa. razon entre nom. se halla dividiendo el uno entre el otro, y el coci-ente es el denominador dela razon, porque el coci-ente ala unidad tiene la misma razon q. el numero dividido al divisor.

Numero 2.

Denominador delas razones yrracionales. =

Quando estas razones irracionales tenemun conseq.te comun los antesedentes del sonlos denom.es delas razones, y el comun conseq.te suple las vezes dela unidad. De una sola razon irracional, no se puede dar denominador; pero si huviere dos, ô mas razones irracionales se podràn hallar sus denominadores q. esplique en alguna manera el modo con que una razon irracional sea respecto de otra. Como si se dan las razones de AB = â = CD = y de EF = â GH = se reduciràn aun Comun consequente diziendo: como AB = â = CD = assi qualquiera mag.d como XK = â RO = y como EF = â GH = assi qualq.ra mag.d como LM = â = RO = y assi el comun consequente RO = suple las vezes dela unidad, y los antesed.es XK = LM = son los denominad.s delas razones irracionales de XK = â = RO = y de LM = â = RO = q. es lo mismo que dezir q. los denominadores delas raz. irracion.s de AB = â = CD = y de EF = â GH = q. son las dad.s

son

YK = á la 1.ª y LM = á la 2.ª estos, que la razon de AB = á = CD = es como la de la EF = á la GH = como YK = á LM. = &c.

En numeros.

Sea la razon de AB = 12 = á CD = 7 = y la razon de EF = 10 = á GH = 9 = ambas supónganse exactam.^te

Y hagase como AB = 12 = á = CD = 7 = asi qualquiera mag.^d como YK = 9 = á LM = 5 $\frac{1}{4}$ = y tambien hagase como EF = 10 = á GH = 9 = asi qualq.^a mag.^d como LM = 5 $\frac{1}{4}$ á NO = 5 $\frac{1}{4}$ = Y sera que la razon de AB = 12 = á CD = 7 es á la razon de EF = 10 = á GH = 9 = como YK = 9 = á NO = 5 $\frac{5}{6}$ #

Numero 8. axioma.

Las razones que tienen un comun consequente tienen entre si la misma razon que los antecedent.^s

Sean las razones de A = 10 = á C = 5 = y la de B = 12 = á C = 5 = B que tienen el comun conseq.^te C = digo que la razon de A = á C es á la razon de B = á C = como A = á B como la razon de A = á C ...

que la razon de B. á C. quanto A. es menor q. B.
ó la razon de A. á C. es mayor que la razon de
B. á C. si fuera A. mayor que B. =

2. ... Las razones, que tienen un comun antecedente
tienen entre si reciproca la razon de los conseq.tes

Sean A = 8. á C. = 5 y de C = 5 á B = 12 que
tienen el comun antecedte C. Digo que la raz.n
de C. á A. á la razon de C. á B. es reciprocam.te
como B. á A. esto es la razon de C. á A. es
mayor que la razon de C. á B. quanto B. es
mayor que A. que es lo mismo que decir, que la raz.n
de C. á A. es may.r que la razon de C. á B.
q.to A. es menor que B. y si A. fuera mayor
que B. entonces se dixera que la razon de C. á
A. era menor que la de C. á B. q.to B. es menor
que A. ó q.to A. es mayor que B.

3. ... Las razon. racionales tienen entre si la
misma razon q. los denominadores. = [illegible]

Sea la razon de 12 á 3 y de 10 á 4 cuyos de-
nominadores son 4 y $2\frac{1}{2}$ como consta reduci-
endolos ala unidad, enel denominador que
tengan por denominador comun ala unidad
porque la razon de 12 á 3 es la mesma que
de 4 á 1 y la de 10 á 4 es la mesma que la de
[illegible] para la razon de [illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible]

[illegible]

Ramo 4.

[illegible]

[illegible]

[illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible]

ellas [illegible] = [illegible]

Si [illegible] de [illegible] y [illegible] 6. [illegible]

[illegible] y [illegible] de [illegible]

[illegible] de [illegible] = es igual a la [illegible]

[illegible] de [illegible] de 15 [illegible]

[illegible] 1. 3. [illegible]

La substraccion [illegible] de las [illegible] se hace [illegible] el menor [illegible] del mayor, porque [illegible] de la [illegible] es la [illegible] que queda [illegible] de [illegible] del mayor.

Dense los [illegible] de 12 [illegible] y de 15 a [illegible] sus [illegible] 4 y [illegible] el mayor 4. y [illegible] 1½ [illegible] la [illegible] de 13½ [illegible] lo que queda [illegible] la [illegible] de 15 [illegible] de 12 [illegible] 3 = [illegible] 2½ [illegible] = [illegible] la [illegible] 1 [illegible] por [illegible] 3 [illegible] =

[illegible]

Numero 5.

Addision, y substracion de las razones yrracionales

Sean las razones que sean de sumar la de 12 a 7 y la de 10 a 9. Reduganse a un comun conseq.te como se hizo en el numero 2.o y quedaràn en las razes de 9 a 5 $\frac{1}{4}$ y de 5 $\frac{5}{6}$ a 5 $\frac{1}{4}$ y sumando los antecedentes 9 con 5 $\frac{5}{6}$ hazen 14 $\frac{5}{6}$ que serà [illegible]

[illegible]

[illegible] a un comun consequente, y el antecedente [illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible] racionales [illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

5.1.3. : el producto pedido 0.5014 [illegible] que luego

[illegible]

[illegible]

Estas dos operaciones [illegible]

multiplicar, quando [illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible] operaciones [illegible]

[illegible]

quedara todo lo que [illegible]

Numero 7.

Multiplicacion de las frac. decimales.

Dense los frac. 0.212 - 4 [illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

sale porlas multiplicaciones delas Razones dadas. De A=12= á B=8= y de C=10= á=D=9= porque la Razon de C=10= á=E=6= es la que sale por la multiplicacion delas Raz. de C=10= á= D=9: y de D=9= á E=6= pero la Razon de D=9= á= E=6 es por construccion la misma que la de A=12= á=B=8= luego la Razon de C=10= á=E=6= es la que sale por la multiplicacion de C=10= á= D=9= y de A=12= á=B=8= &c de A=12= á=B=8= y de C=10= á D=9.//

Numero 8:

Division delas razones irracionales.

Sea la Razon de C=10 =á= E=6= que sehade dividir entre la Raz. de A=12 = á= B=8= hagase como A=12= á= B=8 = asi esta cantidad que seponga C=10= á= E=6= luego faltarà el 3: termino, que sehallarà, quees 9= el valor quese hadedar á= D= ó digase como B=8= á= A=12= asi E=6= á= D=9: quees lomismo. Digo quela Razon de C=10= á=D=9= es el cociente dela division, dela Raz. que quiero quando

separate la raz.ⁿ de C=10=á=e=6= Entre la razon de A=12=á=B=8= porque la raz.ⁿ de C=10=á=D=9= multiplicada por la de D=9=á=e6= ô por su igual la A=12=á=B=8= produce la raz.ⁿ de C=10=á=e6= luego la razon de C=10=á=D=9= es el cociente de esta division. que es lo q.ᵉ se busca. = = = =

Numero 9.

Composicion delas Raz.ˢ

Vna razon se dize componerse de algunas raz.ˢ quando los denominadores dellas multiplicados entre si producen algunas razones. =

Dense qualesq.ʳ raz.ˢ v.g.ᵃ la de 8=á=4 que tiene por denominador 2= y la de 15=á=5= que tiene por denominador 3= y la de 10=á=8= que tiene por denominador 1¼= multipliquense sucesivamente los denominadores, esto es el 2=por el 3= producen 6= y este por 1¼= produce 7½= el primer producto 6= es el denominador de las raz.ⁿ comp.ᵗᵃ de las dos razones

de

de 8 = â = 4 = y de 15 â = 5 = esto es de 2 = â = 1 = y = de 3 = â = 1.
reduciendo las raz. ala unidad, como a consequente
comun. Y tambien el producto 7½ = es el denomina-
dor dela razon Comp.ta delas tres raz. dadas por-
que multiplicando el 1.º producto 6 = por el denomi-
nador 1¼ (dela razon de 10 = â = 8.) produce 7½ = que es
el que sale por la multip.on de dhas tres raz. aviendo-
dolas reducido âla unidad, como
consequente comun.

Numero. 10.

Composicion de raz. no es otra cosa, que la mul-
tip.on dellas, y assi qualquier razon se compone de
las mismas razones, que multiplicadas la producen
por que la razon que sale dela multip.on de alg.s raz.
es la que la cantidad producida por la multip.on
de los denominad.s tiene ala unidad, como con-
seq.te comun (y consta claro. del num.º 3. y del 7.mo)

pero

pero tambien (por el num.º 3.) la razon que se compone de alg.s razones, es la cantidad producida por la multiplicacion de los denominadores que tiene ala unidad como aconsequente comun, luego la razon se compone de las mismas razones de cuyas multiplicaciones se produzen. =

Nota: que para mayor claridad de los num.s sig.s es de observar, que la multiplicacion, y division de las mag.s se entiende de la semejanza de los numeros; y como en estos unos se multip.n por otros, quando se hace, como la unidad, a uno de ellos, asi el otro, a otro quarto que se llama producto, asi en las mag.s se dize multiplicar una por otra, quando se hace como una mag.d tomada en lugar de la unidad, a otra de las que se han de multiplicar asi la otra de ellas a otra quarta, q. se llama producto. = Y co-

Y como enlas mag. numeros se dice dividirse uno entre otro; quando se hace como el uno al otro assi la unidad, á otro 4.º que se llama cociente; assi enlas mag. una se dice dividirse entre otra quando se hace como la una, á la otra, assi otra mag. tomada en lug.r dela unidad, á otra 4.a que se llama cociente.

Numero. 11.

De quales q.r mag. en qualquier numero la razon que la 1.a tiene á la ultima se compone de las razones intermedias.

Sean las mag. A, B, C, D, digo que la razon de la A á la D se compone delas raz. de A á B de B á C y de C á D. hagase como B á C assi x á B: y quedaran las raz. de A á B y de B á C reducidas alas raz. de A á B y de x á B, que tienen por conseq.te comun B; luego (num.o ...) las razones destas raz. son A y x: ya lo hemos ... B.

B. suple las vezes de la unidad, pues el comun consequente de todos los denominadores numericos y de las razs. A. y. D. sean de multiplicar entre si, echa de hazer (por la nota antecedente) como B. à D. (siendo B. en lugar de la unidad) assi A. à otra qa. Z. que será el producto de la multiplicn. de A. por D. Y por qto. Z. es el producto de la multiplicacion de A. por D. será la razon de Z. à B. como unidad, y consequte. comun, la que sale (num. 3.) por la multiplicacion de las razs. de A. à B. y de D. à B. como está demonstrado (en el numro. 7.) pero la razon de D. à B. es la misma que la de B. à C. (por cons) luego la razon de Z. à B. sale tambien por la multip.n de las razs. de A. à B. y de B. à C. y por qto. es (cons) como B. à D. assi A. à Z. será invdo. (c.o 4. p.) como Z. à A. assi D. à B. y alternando (16. p.) como Z. à B. assi A. à C. pues está demonstrado que la razon de Z. à B. sale

por

podr. multip.^{s} d.la raz.^{n} d.A á B. y d.B á C luego
la raz.^{n} d.A á C tambien .. se podra multip.^{r}
d.las raz.^{s} d. A á B y d.B á C pero (num. 10)
la raz.^{n} comp.^{ta} se compone d.las raz.^{s} d. cuyas mul-
tiplicaciones se practican luego la razon d.A á C
se compone d.las raz.^{s} d.A á B, y d.B á C. d.la
misma manera se demonstrará q.^{e} la razon d.
A á D se compone d.las raz.^{s} d. A á B d. B á
C y d. C á D y lo mismo sucederá mas cant.^{s}

En numeros.

Sea A 12. B 4. C 8. y D 2. hagase como B
4 á C 8 asi X á B 4. y será X 2. y que se ten-
dran las raz.^{s} d.A 12 á B 4 y d.X 2 á B 4.
que tienen por conseq.^{te} B 4 que suple las veces
d.la unidad, y para multip.^{r} estas dos raz.^{s} se hará
como B 4 á X 2 asi A 12 á Z que será 6 y será
el producto Z 6 á B 4 como unidad, y consequente
comun el producto que sale d.la multip.^{n} estas

raz.^s de A1 = à BA = y de X2 = à = BA = y por quanto X2 = à = BA = es como BA = à = C8 = será la razon de Z 6 = à = BA la que sale por la multiplicacion de A12 à BA = y de BA = à = C8 = y por q.^to es (por cons.) como BA = à = X2 = assi A12 = à = Z6 será invert.^do (cor. 4. p.) como Z6 = à = A12 assi X2 = à = BA = ô = como B = A = à = C8 = luego alt.^do (16. p.) será como Z6 = à = BA assi A12 = à = C8 = pero la razon de Z6 = à = BA = está de monst.^do que se compone de la multiplicacion de las raz.^s de A12 = à = BA = y de BA = à = C8 = luego tambien la razon de A12 = à = C8 = se compone de la multip.^n de las raz.^s de A12 = à = BA = y de BA à = C8 = luego. &c.^a

Y demonstrando que la razon de A12 = à = C8 = se compone de las razones intermedias; se demonst.^ra del mismo modo que la razon de A12 = à = D3 se compone de las razones intermedias de A12 = à BA y de BA = à = C8 = y de C8 = à = D3: q.^l es &c.^a = = =

Otra demonst.^on en num.^s siendo la unidad el consequente comun.

De-

Dense las mag.s A=12= B=4= y C=8= hagase como B=
4= à= A=12= assi 1= à= 3= y como 4= à= 8= assi 1= à= 2= y
seràn las raz.s de 12= à= 4= y de 4= à= 8= los mismas que
de 3= à= 1= y de 1= à= 2= y serà (p.22) porq.e de razon
como 12= à= 8= assi 3= à= 2= hagase tambien como 2=
à= 1= assi 1= à= $\frac{1}{2}$= y que ser.n las raz.s de tres, à= 1= y
de 1= à= 2= estoes la de 12= à= 4= y de 4= à= 8= denomin.
de las raz.s de 3 à 1= y de= $\frac{1}{2}$= à= 1= que tienen por cons.te
conseq.te la unidad, luego 3 $\frac{1}{2}$= son los denominadores
de las raz.s de 12= à= 4= y= de 4= à= 8= Multipliquense
entre si los denominadores, estoes hagase como 1= à= $\frac{1}{2}$
assi 3= à= 1 $\frac{1}{2}$= y serà 1 $\frac{1}{2}$= el producto que sale de la
multip.n de las raz.s de 12= à= 4= y de 4= à= 8= luego la
razon de 1 $\frac{1}{2}$= à= 1= es la que sale de la multip.n de las
raz.s (num. 3) y porq.e es (cons.) como 1= à= $\frac{1}{2}$= assi 3=
à 1 $\frac{1}{2}$= serà invert.do como 1 $\frac{1}{2}$= à= 3= assi $\frac{1}{2}$= à= 1= luego
(11. p.) serà como 1 $\frac{1}{2}$= à= 3= assi 1= à= 2= luego altern.te
serà como 1 $\frac{1}{2}$= à= 1= assi 3= à= 2= pero està demostr.
que

que la razon de 1. á 1. es la que sale de la multip.
de las raz. de 1. á 4. y de 4. á 1. luego tambien la
razon de 3. á 2. es la que sale de la multip.
de las raz. de 1. á 4. y de 4. á 8. luego la razon
de 1. á 8. se produce de la multip. de 1. á 4. y
de 4. á 8. luego (num. 10.) se compone de ellos, y lo
mismo se hará quando huviere
q.do huviere mas q. 3. magnit.

ó numero 55

Numer. 12.

Dadas qualesq. raz. se podrá dar la razon
Compuesta de todas ellas.

Sean las Razones de A8. á 136. de C5. á 109. y
la de e3. á F7. Hagase como A8. á 136. assi G.
tomando qualq. numero como 12. á H. 9. y como
C5. á 109. assi H9. á Y16⅕. y como e3. á F7. assi
Y16⅕. á K37⅘. y será la razon de G.12. á K37⅘
Comp.ta de las raz. de G. á H. de H. á Y. y de Y. á K.

(num.º 11.) pero estas razones son las mismas que las de A á B = de C á D = y de E á F (por cons.) luego de todas estas raz.s dhas. se da la razon de G á K = comp.ta de todas ellas.

Numero. 13.

La razon compuesta de algun.s razones, no es igual á las razones de q.n se compone.

Entre las dos mag.s G = y K = pong.se las intermed.s H y Y = sean continuas prop.s ó no lo sean, digo que la razon de la 1.a G a la ultima K = no es igual a las raz.s intermed.s juntas de G = á H = de H á Y = y de Y á K = de quien se compone, porque componerse de ellas es produc.e de la multip.n de ellas unas por otras (num.º 9.) luego por q.to la razon de G á K = está producida de las raz.s de G á H = de H á Y = y de Y á K = multiplicadas entre si no pueden estas raz.s juntas ser ig.l a la razon de G á H sino es quando por accidente la suma de las raz.s fuere = al producto de

dellas mismas, (como consta de los num. 5. y 6.) y las mas vez. ó quasi siempre, será diversa la razⁿ. Compuesta de las mismas razones....

Fin de el Libro quinto.

Li-

Libro sexto de los Elementos de Euclides.

Definicion.s

1ª ... Semejantes fig.s rectilineas son las que tienen los ang.s corresp.tes ig.s y proporcionales los lados que comprehenden ig.s angulos. Como los triang.s ABC DEF se llamaran semejantes, si el angulo A. ig. D. el B. al E. y el C. al F. y si ademas los lados son proporcionales, esto es, si es como AC. à BC. asi DF. à EF. y como BC. à CA. asi EF. à FD. y como BA. à AC. asi ED. à DF. se dirà que dhos. triangulos son semejantes, y lo mismo se ha de entender de qualesquiera otra figura rectilinea. Tambien seran semejantes, si es como AB. à BC. es-si BC. à EF. y asi tambien AC. à DF.

2ª ... Fig.s reciprocas son quando en cada una, se hall.n

los

los antesedentes, y an[illegible] portermino de tres razones, es tres, quando en unas fig.^s se toma el antesedente, y en otra su conseq.^te y en la figura que se toma el conseq.^te se toma mas lado por antesed.^te y en la 1.^a se conseq.^te se aca de ig.^s angulos. Como en los triang.^s dhos. se dira que son reciprocos siendo los ang.^s A= y =D= ig.^s y si es como AB= a= =DE= asi DF= a= AC= y siendo los ang.^s B= y =E ig.^s si es como AB= a= DE = asi EF= a= BC= y o siendo tambien, los ang.^s C= y F ig.^s si es como BC= a= EF= asi FD= a= CA= seran dhos. triang.^s reciprocos, y lo mismo se entiende en los paralelog.^s =

3.^a - Una Linea Recta se dise estar dividida seg.^n [redacted], la extrema, y media razon quando es como toda la Recta al mayor seg.^to asi este al menor segmento. Como la Recta AB= se dira questa dividida en media, y extrema raz.^n en el punto C= quando fuere como AB= a= AC= asi AC= a= CB=

1.o... La altura de qualquiera figura es la perpendi-
cular desde el vertice a la base. como en el trian-
gulo ABC la perp.r AD es la altura de dho. triangulo
y tambien la dha. linea AD es la altura de los dos
triang.s ABD, ACD por ser perp.r sobre las bases
BD, DC. Y lo mismo sucede en el triangulo EFG [illegible]-
gulo perp.r CH de la base FG es la altura de dho.
triangulo. tamb.n en el triangulo EFG la perp.r HE
sobre la base GF prolongada hasta H es la altura
de dho. triangulo. Y si dos fig.s tienen ig.s perp.s ten-
dran la misma altura. Como si las perp.s AD, EH fuere
ig.s los triang.s ABC, EFG tendran una misma
altura, y la linea AE que juntare los vertices se-
ra paralela a las bases BC, FG porq. si se ponen
las bases en una linea recta, respecto de ser AD, EH ig.s
y paralelas las AE, DH que las juntan seran ig.s y pa-
ralelas (33. del 1.) Como consequencia, si dos fig.s como
los triang.s ABC, EFG tienen las bases [illegible] [illegible]
pa-

paralela, y las bases BC - FG. tienen vna mis-
ma altura porque las Rectas BC - FG. son
paralelas y las perp.^s AD - EH. son iguales y paralelas
(33. p. 1) - La perpendicular se toma por la menor
de qualq.^a distancia como la que ay entre los vert.
A - E. y sus bases BC - CA. porque es vnica (15. p. 1)
y la mas breve distancia (13. p. 12) - - - - - -
5 - - - Razon Compuesta de las Raz.^s es la que produ.^n
las cantidades de sus Raz.^s multiplicadas entre si.
Como si se dan las cantidades de A 27 - B 9 - C 36
y C 3 - la 1.^a cantidad A - a la vltima C - tiene la Raz.^n
compuesta de las Raz.^s intermedias (num.^o 11. 5) de A á
B. de B á C. de C á D. y de D á E. y esta Raz.^n
Como.^te se produze multip.^do continua.^te los ex-
ponentes de las Raz.^s entre si. como en el exem-
plo propuesto (fig. 5) la Raz.^n de A á B tiene por ex-
p.^te 3 - la de B á C - su exponente $\frac{1}{4}$ - la de C á D tiene
por exp.^te 3 - y la de D á E - es 1 - multip.^do los exp.^tes
3 -

3 = por $\frac{1}{4}$ = produce $\frac{3}{4}$ = q. es la razon compuesta de A à
B y de B à C = y multiplicando $\frac{3}{4}$ por el otro exp.te 3 pro-
duce $\frac{9}{4}$ = q. es la raz.n comp.ta de A à B - de B à C y
de C à D = y multip.co $\frac{9}{4}$ = por el exponente 4 = de la raz.n
de D à E = produce $\frac{36}{1}$ = pues la raz.n comp.ta de
A à D = de B à C = de C à D = y de D à E = y reducien-
do a la unidad la raz.n de 36 à 4 = ó de 27 à 3 -
quedará en la razon de 9 à 1 = pues la raz.n de la 1.a
A à la ultima E = y el 9 = será denominador, ó exponen-
te de la razon comp.ta de todas las raz.s intermedias
entre la 1.a A, y la ultima E. = Pero quando se dan
las mag.s A = B = C = D = E = y, e compar.s consecutiv.te
y no se sabe la cantidad de exponte de las raz.s inter-
medias, se sabria alo menos, que la razon que la 1.a
A tiene a la ultima E = esta comp.ta de las raz.s int.
pero no se sabria su valor para poderla expresar en n.s

Un parallelogrammo como A B C D: aplicando
una linea recta como A B = se llama respectiva con
un

un paralelogrammo como CBFD. Quando no ocupa toda la recta AB dada, se dize, que es exediente con el paralelogrammo ABFC esto es quando ocupa una recta mayor que la dada AC. Pero es menor que el paralelogrammo eficiente, ó exediente tenga la misma altura con el paralelogrammo aplicado, y que juntos compongan un paralelogrammo como ABFC. El paralelogrammo CB-FD se llama defecto, en el 1º caso, y exceso en el 2º.

Propocision 1.

Los triangulos, y paralelogrammos, que tiene igual altura, tienen la misma razon que las vases.

Sean los triangulos BCH CGH que tengan igual altura, ó estén entre unas mismas paralelas (4. D.) AD EH y tambien los paralelogram. AH GD. Digo que el triangulo BCH al CGH tiene la misma razon que la vase CH a la vase GH y tambien el paralelogramo AH al GD tiene la misma razon que la vase CH a la GH. Alarguese la CH hasta un ai y

y esta pte. y como se Cuella las rectas CY. YK. KS.
igs. ala CF. (3. p. 1.) y tambien las HM. MX. iguales ala GH
y aun e las rectas BY. BK. BS. = CM. CX. quedan los
triang. BCF. BYC. BKY. BSK. iguales entre si (38. p. 1.) co-
mo tambien los CGH. CHM. CMX. luego quantas
veses el triangulo BCF. esta contenido enel BSF.
tantas vez. la vase CF. estara contenida enla SF.
luego el triangulo BSF. es igualmente multiplice del
BCF. como la vase SF. dela CF. y asi mismo q.tas
vez. el triangulo CGH. esta contenido enel CGX.
tant. vez. la vase GH. esta contenida enla GX. luego
tamb. el triangulo CGX. es igualmente multiplice del CGH.
como la vase GX. dela GH. y si el triangulo BSF. es
igual, mayor, ó menor, que el CGX. tambien la vase
SF. sera igual mayor, ó menor que la GX. y por
que ay quatro cantidades la 1.a el triangulo BCF. la
2.a el CGH. la 3.a la base CF. y la 4.a la vase GH.
y los multiplices dela 1.a y 3.a conq.: mayor ó menor
que

A. B. C. G: : D. E. F. H.
3. 5. 15. 60: : 6. 10. 3. 120.
Y. L. N. : : K. M. O.
3. 20. 75. : : 18. 40. 150.
P.a 22

scholio de la 22
E : : F.
A : : B.
C : : D.
G : : H.

A. B. C. G: : D. E. F. H. scholio
12. 4. 8. 2: : 72. 18. 6. 12
A. B. C: : D. E. F.
12. 4. 8: : 9. 18. 6.
Y. L. N: : K. M. O.
Prop.on 23.

2. A. A. B: : C. D. 1/2 D.
18. 9. 3: : 12. 4. 2
A. A. B: : C. D. 3. D
3. 9. 3: : 12. 4. 12.
Conclusion dela 23.

A. B. 4D. 1/4 C. C. D
24. 8. 32. . . 3. 12. 4
A. B. 1/4 B. : 4C. C. D
24. 8. : 2. : : 48. 12. 4
corol.o

G B A C D F H E P.a 24.

B D G H A C E F P.a 25.

A 12. C 8
B 3. D 4
E. P. 26. y 27

P.s 28. y 29.
A B C D E F

C F B E A D P.a 30

P.a 32.
A 11. D 9.
B 8. E 7.
C 4. F 6.
G H P.a 31.

B D E F A C P. 33

A 27. D 36.
B 9. E 12.
C 3 F 4.
G H P. 34. y 35

A 12 B E 10 F
C 7 D G 9 H
Y 9 K L 5 1/4 M
Prop. 2 y 5 N 5 1/4 O

A 12 C 10
B 6 D 2
E 6
Prop.on 7.

C 10 A 12
E 6 B 2
D
P.o 8.

Z. 6.
A. 12. X. 2.
B. 4
C. 8 P.o 11.
D. 9

1 1/2 Z. 6. otra dem.n dela 11.
3. A. 12. 1/2 X. 2.
1. B. 4
2. C. 8
1/4. D. 9

5. A. B. G. 12
5. C. D. H. 9
D. E. F. Y. H
K 37
12.

Prop. 18.
G. 60.
H. 45.
Y. 81.
K. 180.

Fin del Libro 5.

A D.s 1. y 2. del. libro 6.
D C B E F

A B C D.n 1.a
A E B D C H F G

A. 27
B. 9
C. 36
D. 12
E. 3.
D.n 5.

E D F A C D.n 6.a B

P.a 1.a A B C D L K Y E F G H M N

que los multiplices dela 2.ª y 4.ª luego (6. d. 5) será como la 1.ª el triangulo BCF ala 2.ª el GH= así la 3.ª labase CF ala 4.ª labase GH= Y porque los triang. BCF CGH= son mitades delos paralelog. AF GD= (34. p. 1.) luego (15. p. 5) será el paralelog.mo AF al GD= como labase CF ala GH luego &c.

Scholio.

Esta prop. se puede convertir deste modo.

1.º Si dos triang. BCF CGH= ô dos paralelog. AF GD= tienen la misma razon que las bases CF GH= estas, ô pueden estar entre unas mismas paralelas, ô tienen una misma altura.

2.º Los triang. y paralelog. que tienen igs. bases, ô una misma base, tienen la misma razon que las alturas, y la demonstracion es la misma, pues las alturas se confundirian en una linea recta en lugar de bases.

Su-

Proposicion 2.

En qualquier triangulo la paralela a un lado corta proporcionalmente los otros dos, y la recta que corta proporcionalmente dos lados de un triangulo, es paralela al tercero.

Sea el triangulo ABC en quien se tira la DE paralela a BC; digo que los lados AB, y AC quedan cortados proporcionalmente en D, y E: esto es que assi como AD a DB assi AE a EC. Tirense las rectas BE, DC, y seran los triang. EBD, ECD iguales (37. p. 1.) luego el triangulo ADE al EBD tiene la misma razon que al ECD (7. p. 5.) pero el triangulo ADE al DBE tiene la misma razon que la base AD a la DB (1. p. 6.) y el mismo triangulo ADE al ECD tiene la razon que la base AE a la EC. (1. p. 6.) luego (11. p. 5.) sera como AD a DB assi AE a EC. L.q.d.

Siendo segundo como AD a DB assi AE a EC Digo que DE es paralela a BC porque (1. p. 6.)

es como AE á EB = assí el triangulo ADE al EBD = y tambien es (por la misma p. 1.) como AE á EC assí el mismo triangulo ADE = al CDE = luego (11. p. 5) es como el triangulo ADE = al EBD = assí el mismo ADE = al ECD = luego (9. p. 5.) los triang. EBD = CED = son ig.s y tienen la vase DE = comun, y estan hasia la misma pte. luego (39. p. 1.) DE = es paralela á BC = q. es lo 2.º luego &c.

Preposicion 3.

En qualquier triangulo la linea que divide un angulo por medio, cortarà la vase en dos segm.s proporcionales a los otros dos lados del triangulo, y la linea que corta la vase en dos segm.s prop.s a los otros dos lados, dividirà un angulo en dos mitades.

Sea el triangulo ABC = y en el la Recta BD = corte el angulo ABC = por medio, digo que los segm.s AD = DC = son prop.s a los lados AB = BC = esto es, como AB =

AD = á DC = así AB = á BC = por el punto A = tire se la AE = paralela á la DB = (31. p. 1) alarguese CB hasta que encuentre ala AE = en E = y será el angulo DBC ygual á E = (29. p. 1) y por la misma el angulo ABD ygual BAE = pero los ang.s ABD = DBC = son ygs. por sup.n luego (ax. 1.) los ang.s BAE = E = son ygs. luego (6. p. 1) BA ygual BE = luego (7. p. 5.) tendran una misma razon á la BC = pero (2. p. 6.) EB = á = BC = es como AD = á = DC = por ser DB = paralela á AE = luego (11. p. 5.) será como

AD = á = DC = así AB = á = BC = lo 1.º

Sea lo segundo como AD = á = DC = así AB = á = BC = Digo que la linea DB = corta el angulo ABC por medio porque hecha la misma construc.n será (2. p. 6.) como AD = á DC = como EB = á = BC = pero es por sup.n como AD = á DC = así AB = á = BC = luego (11. p. 5.) será como EB = á = BC así BA = á = BC = luego (9. p. 5.) BA ygual BE = y (5. p. 1.) el angulo E ygual BAE = pero el angulo DBC ygual E (29. p. 1.) y el ABD ygual (por la misma) al BAE = y el BAE ygual E como está

demonstrado luego el ◻ABD = al DABC (ax. 1.) luego

que el angulo ABC es recto por $\frac{1}{2}$ &c.

Proposición 4.

En los triang. equiang. los lados que comprehenden ig. ang. son proporcionales, y los que se oponen á ig. angulos son homologos, ó semejantes.

Sean los triangulos ABC, CDE equiangulos, esto es, el angulo A = BCE = DCE = E y el 3º ABC = CDE.

Digo que los lados que comprehenden ig. ang. son proporcionales esto es como BA á CA así BC á CE y como AC : CB :: CE : ED y como BA : BC :: CD : DE y los opuestos que se oponen á ig. ang. como también los son eg. Convenganse en una linea recta las AC, CE y porq. el angulo ACB = E por sup. luego (28. p. 1.) CB, ED son paralelas y porque el angulo DCE = á A luego (28. 1) CD, AB son paralelas. Alarguense las rectas AB, ED hasta que concurran en F y será el paralelogramo BCDF paralelog.mo (por 35. 1.) luego (34. p. 1.) ...

lados opuestos serán iguales y por que en el triangulo AEF el lado EF está tirado paralelo a CB luego (2.p.) será como AB:BF :: AC:CE; pero BF = DC (34.p.1) luego (7.p.5) será como AB:CD :: AC:CE luego alternando (16.p.5) será AB:AC :: CD:CE. Y así mismo se demuestra en el mismo triangulo FA... la recta DC es paralela de FA luego (2.p.) será como EC:CA :: CD:DF; pero AD = BC (34.p.1) luego (7.p.5) será como EC:CA :: ED:CB y alternando (16.p.5) será como EC:ED :: CA:CB. Y porque hay tres razones la 1.ª BA la 2.ª AC y la 3.ª BC y otras tres la 1.ª CD la 2.ª CE y la 3.ª DE en proporcion perturbada que de ... tomadas ... luego (22.p.5) será como entre la 1.ª BA y la ultima BC así entre la 1.ª DC y la ultima DE ... luego estos triang. &c.

Corolarios.

1. ... De aquí se sigue que si en un triangulo como ABC ... lado como AC se tira una paralela como BD.

BD= Esto entraria un triangulo ADB= semejante al t.º ABC= porque estos dos triang.s son equiang.s (P. 5. 19) luego (p. 2.) son semejantes: - - - - - - -

2.º ... Supon. el segundo: que si en un triang.º como ABC se tira de BD paralela à AC y del paralelo opuesto [illegible] la AC de qualq.r modo esta [illegible] la paralela BD y al lado AC en partes proporcionales, como BG = GD :: AC: CE = porque (c. antes) los triang.s ABG = AAC = son semejantes, como tamb.n los AGD = ACE luego sera (1. D.) será como BG = GD :: AC: CA y como GF: GD = asi CA = CE = luego (22. 5.) será como BG = GD :: AC: CE = luego &c.ª - - - - -

Proposición 3.

Todos triang.s tienen lados proporcionales son equiang.s y los ang.s que se oponen a lados homolog.s son iguales entre sí.

Tomar los triang.s ABC = DEF = de lados proporcionales, como AB = BC :: DE = EF y como BC: CA :: EF: FD

y como CA . AB :: AD . DE . Dos juntos triang.s con
equiang.s es toces el angulo A ≈ D = el B ≈ E = y el C
al F. y [illegible] los ang.s [illegible]
la [illegible] paralelogr.o, hagase el angulo AEG ≈ B . (23. 1.)
y el EFG ≈ C = y será el 3.º A ≈ al 3.º G . (32. p. 1.) luego
los triang.s ABC = EFG . son equiang.s y será como
AB = BC :: GE = EF pero AB . á = BC = a por sup. [illegible] DE
á EF luego (11. p. 5.) será como GE = EF :: DE = EF y (9. 5.)
DE ≈ GE = y será (4. 6.) como BC = CA :: EF = FG pero
BC á CA es como EF á FD . por sup. luego (11. 5.)
será como EF = FG :: EF = FD = luego (9. 5.) FG ≈ FD =
y por [illegible] triang.s DEF GEF [illegible] lados
EG = ED = y EF comun, y base DF ≈ GF por
construcc. luego (8. 1.) DEF ≈ GEF pero GEF ≈ B . por
const. luego (ax. 1.) DEF ≈ B . luego (4. 1.) el angulo
EFG ≈ EFD = pero el 1.º ≈ C . por const. luego (ax. 1.) tam-
bién lo será el EFD = y (32. 1.) el 3.º angulo D ≈
al 3.º A . [illegible] luego [illegible]

Proposicion 6.

Si dos triang.s tienen un angulo igual a un ang.o y los compuestos de los lados prop.s seran equiangulos y tendran ig.s los ang.s que responden a lad.s homolog.s

Sean los triangulos ABC, DEF, y el angulo B = DEF, y los lados AB, BC, prop.s a los DE, EF. Digo que el angulo C = DFE, y el BAC = EDF, que son los que responden a lados homologos. Hagase el angulo FEG = B, y el EFG = C (23. p. 1.) y seran los triangulos ABC, GEF equiang. como antes està demostrado; luego (4. p. 6) serà como AB : BC :: GE : EF; pero como AB a BC :: assi es DE a EF por sup.n luego (11. p. 5.) serà como GE : EF :: DE : EF luego (9. p. 5) serà ~~como~~ GE = DE, y por que los triangulos DEF, GEF tienen dos lados ig.s a dos lados estos DE = GE (demost.) EF comun, y los ang.s comp.s ig.s (cons.) luego (4. p. 1) el angulo D = G, y el DFE = EFG; pero el EFG = C (const.) y el

BAC = (por lo demonst.) luego la prop.^{n} de ED. · · ·

(· p. 4) tiene tambien los BAC es [illegible] · · ·

Corolario.

En los triang.^{s} semejantes los lados q. estan en

prop.^{n} y sus baxes, y alturas, son prop.^{s} aunq. no

aun. a q.to los triangul. sean semejantes.

En los triang.^{s} semejantes ABC = DEF sea tirado

lo ang. corresp.^{te} a las bases A, F = D, L perp.^{res}

a las bases BC, EF, y seran los angulos BAF = EDL

(32. p. 1) y los triang.^{s} BAF = DEL son semejantes (4. p.)

y por la misma razon en los triang.^{s} ABC = DEF, como

BC = BA : : EF = ED, y en los triang.^{s} BAF = DEL seran

BA = AF : : ED = DL, luego (22. p. 5) es BC = AF

: : EF = DL, que es lo mismo. =

Si en lo segundo ambos triangulos son iguales

B y E = $\frac{1}{2}$, y como la base BC a la altura AF asi

la base EF a la altura DL, y al reves: como

(16. p. 5) BC es : ABC = DL pero como AF = DL : :

EF

AB = DC: y entre triang.s ABH – DCL = (a. p.) luego (N. 5)
es como BC : BA :: EF : ED = luego (6. p.) los triang.s
ABC – DEF son semejantes, q. es lo segundo. - - - -
Lo mismo demonstr.e se hace, que los paralelo.
q.s semejantes por q.e se resuelven p.r la diagonal en dos triang.s y s. y semejantes. - - -

Proposición 7.

Si dos triang.s tienen un angulo = a un angulo,
y otro se comprehenden de lados proporcion.s
y el tercero angulo de entrambos, es menor, ó no
menor, que un recto, serán equiangulos, y tendrán
los q. comprehenden los lados proporcion.s
Cada triang. ABC – DEF, sean los angulos
A y D = q.s y los lados AC = CB, el uno prop.s a los
DF – FE = el otro, y los ang.s B y E = sea cada uno
menor, ó no menor que un recto, digo, que estos
triang.s son equiang.s angulos q.s F, y C = son
q.s y q.e los comprehenden lados proporc.

Sea lo 1º cada uno de los ang. B. C. menor que un Recto; D [illegible] ang. C. [illegible] [illegible] [illegible] sea [illegible] mayor [illegible]; sea pues [illegible] C. may. que B. hagase el angulo ACG = [illegible] (23. 1.) y sera el [illegible] AGC = C (32. 1.) y seran los triang. ABC. DCF. equiangulos, luego (4. 6.) sera como DF. [illegible] :: AC. CG. pero es supuesto como DF. [illegible] :: AC. CB. luego (11. p. 5.) sera como AC. CG :: AC. CB. luego (9. p. 5.) CG = CB. y (5. 1.) los ang. CGB. CBG. iguales. pero el CBG. se supone menor que un Recto. luego [illegible] CGB [illegible] es menor [illegible] luego [illegible] CGA. es mayor que un Recto luego [illegible] (13. p. 1.) pero este angulo [illegible] demostrado = C. luego (1. 20.) el angulo C. es mayor que un Rect, [illegible] lo supuesto, luego el angulo ACB. no puede ser mayor que [illegible] [illegible] por la misma demonst.ᵒⁿ luego [illegible] y el 3.ᵉʳ B. = al 3.ᵉʳ C. (32. 1.) [illegible]

Sea lo segundo los ang.° B = C = cada uno nomenor que un recto; y hecha la misma construccion que antes con la misma demonstracion seran los ang.° CBG = CGB = iguales; pero el CBG = se supone no menor que un recto: luego (ax. 1.) el CGB = será no menor que un recto: luego en el triangulo CGB = ay dos angulos no menores que dos rectos lo qual no puede ser (17. p. 1.) luego el angulo ACB = luego el angulo ACB = no pueden ser mayor ni menor que el: luego son iguales, pues &c.ª =

Proposicion 8.

En el triangulo Rectangulo la perpendicular desde el angulo recto a la vase haze dos triangulos semejantes al entero, y entre si. =

Sea el triangulo rectangulo ABC = y desde el angulo recto A = cayga la perp.r AD = sobre la recta BC = Digo que los triangulos parciales ABD = ADC = son semejantes al triangulo total ABC = y entre si

en los triang. ABD = ABC = el angulo B es comun
el angulo ADB = al 1.º es recto (10. D. 1.) y el BAC
al 2.º es recto (sup.) luego son ig. (12. ax.) y el 3.º
BAD = al 1.º triangulo al 3.º C = al 2.º (32. p. 1.)
luego son Equiang. dhos. triang. y (p. 1.) son semej.s
Tamb.n en los triang. ADC = ABC = el angulo en C =
es comun, y el ADC = al 1.º a BAC = al 2.º como ya
está dho. luego el 3.º DAC = al 1.º a al 3.º B = al 2.º
(32. p. 1.) luego son Equiang. dhos triang. y (a. p.)
son semejantes q. es lo 1.º

Digo lo 2.º q. en el triangulo ABC = los ex part.s
AD = base dos triang. ABD = ABC = semejantes
entresi, porque los ang. en D = son ig. (10. D. 1.) el
angulo B = al 1.º triangulo está demonst.do al
DAC = al 2.º y el BAD = al 1.º a al C = al 2.º por demonst.
luego son eq.s dhos. triang. y (a. p.) son semej.s

Corolarios.

1.º — De aqui se sigue q. la perpendicular AD = es media
pro-

proporcional entre los seg.^s dela vase, que son BD=
DC= porque los triang.^s ABD= ADC= son semejant.
como està demonst.^do luego (4.p.) serà como BD=
DA:: AD= DC= ô como CD= DA:: AD= DB luego
AD= es media proporc.^l

2.º... Siguese tambien, que qualquiera delos lados, q.
comprehenden el angulo recto BAB= es medio propor.^l
entre toda la vase, y el segm.^to adyacente, à dho.
lado: como BA= es medio proporcional, entre BC=
y= BD= porque los triang.^s ABC= ABD= estan demons-
trados semejantes, luego (4.p.) serà, como CB= BA::
BA= BD= tamb.^n el lado AC= es medio proporcion.^l
entre CB. y. DC= porque los triang.^s ABC= ADC.
son semej.^s (demonst.) luego (4.p.) serà, como CB= CA::
CA= CD= que es lo que se havia de demonstrar. &c.

Proposicion 9.

Dada una linea recta, cortar la parte que se pid.^e

Sea la linea dada AB= de quien se ha de cortar
una

una quinta parte. tirese de qualquier extremo la Recta AG = indeterminada, formando con la AB = qualquier angulo, y tomense desde A = en la AG. cinco partes igs. en los puntos C, D, E, F, G, y tirese la GB. y por C = la CH = paralela à GB. (31. p. 1.) digo que la linea AH = es la quinta pte. de la AB. porque en el triangulo AGB = al lado GB. esta tirada la paralela CH. luego (p. 3) sera como AC = CG :: AH = HB = pero AC = es quinta pte. de AG. (cons.) luego tambien AH es quinta parte de AB. l. es dho.

La misma construccion, y demonstr.ⁿ se hara si se pidieren otras partes, como dos quintas, ò tres quartos partes, tirando del punto D. la paralela à la GB. seràn las dos quint. ptes. ò del punto C. correspondientes, y quedara cortada la AB = como se pide.

Proposicion 10.

Cortar una Recta dada en partes semejantes à la otra Recta dada.

Sea la Recta dada AB. que se ha de cortar en ptes. semejantes a las AE. ED. DC. a la Recta AC. Junt. las dos Rectas por el extremo A. y tirese la CB. y por los puntos D. E. las parallelas DG. EF. a la CB. (31. p. 1.) y por los mismos puntos tirense las parallelas DL. EH. a la AB. Digo que la AB. està cortada en los puntos F. G. como se pide, porque en el triangulo ADC. al lado DC. està tirada la parallela EF. luego (2. p. 6.) serà como AE. EC:: AF. FB. luego AF. es semejante à AE. tambien porque en el triangulo ECH al lado CH està tirada la parallela DK. luego (2. p.) serà como ED. DC:: EK. KH. pero EK. = FG. y KH. = GB. (34. p. 1.) luego (7. p. 5.) serà como ED. DC:: FG. GB. luego FG. es semejante à ED. y GB. à DC. està demonst.do que AF. es semej.te à AE. luego la AB. se ha dividido en ptes. semejant. a las de la Recta AC. pues &c.a luego &c.a

Scholio.

De aqui se sigue el modo con que se puede cortar una Recta dada en las partes iguales que se quisieren.

Sea la Recta dada AB la qual se ha de dividir en seis partes iguales. Del extremo A saldrá AC indefinida, y tomense en ella desde A con qualq.r intervalo seis distancias iguales en los puntos D. E. F. G. H. C. y tirese la CB y por los puntos terminantes en la AC tiremos las paralelas DI, EK, FL, GM, HN a la CB (31. p. 1.), y quedará la AB dividida en seis partes iguales como se pide, por ser semejantes los [illegible]. de la AB. de la [illegible]. de la AC [illegible]

otro modo.

Del extremo A a la Recta dada tire la AC a discrecion, formando con la AB qualquiera ang. y del otro extremo B tire BZ paralela a AC, o que forme con la AB el angulo ZBA = BAC (31. o 23. [illegible]) y tomense en la AC con qualquiera intervalo [illegible] distancias iguales en los puntos D. E. F. G. H. C. y en la

el mismo intervalo tomense en la BZ. desde B. otras seis distancias (i los puntos O. P. Q. R. S. Z. y tirense las Rectas FZ. DS. CR. FQ. EP. FO. CB. que cortarán ala AB. en seis partes q. en los puntos Y. X. J. L. M. N. y la demonst.ⁿ es la misma que la del scholio antecedente q. es la de la prop.ⁿ 10. por que las Rectas tiradas son paral. (31. p. 1.)

Proposición 11.

A dos rectas dadas hallar la tercera proporcional.

Sean las Rectas dadas AB. AC. juntense enel punto A. formando qualq.ʳ angulo, y tirese la Recta CB. alarguese AB. hasta D. (2. p.ᵗᵒ) haciendo BD = AC. (3. p. 1.) y por D. tirese DE. paralela á BC. (31. p. 1.) alarguese AC. hasta q. corte á la DE. en E. Digo que CE. es la 3.ᵃ prop.ˡ que se pide, por que enel triangulo ADE. al lado DE. esta tirada la paralela CB. luego (2. p. 6.) será AB. BD :: AC. CE. pero BD = AC. (const.) luego (11. p. 5.) es como

... AB = AC :: AC = CE luego ...

Otro modo.

Las lineas dadas AC = BC = juntense en C, y levantese perpendiculo angulo recto a AC = linea la AB y por A tirese AD = perp.re a BA (11. p. 1.) alarguese BC (2. pet.) hasta que corte a la perp.re en D. Digo que CA es la tercera prop.al que se pide porque ... CA = o media proporcional entre los seg.s BC = CD = luego sera como BC = AC :: AC = DC = que es lo que se pide.

Lemma q. sirven

Para la consid.on de los solidos.

Si la razon es de menor desigualdad, y se continua se llegara a una cantidad mayor que qualquiera propuesta.

Sea la razon de AB = a AC = y continuese como AB = AC :: AC = AD = y como AC = AD :: AD = AE = tamb.n AC = AD y inv.do (cor. 4. p. 5) sera como AD = AC :: AC = AB y como AD = AC :: AC = AB = y dividiendo (17. p. 5.) sera como DC = CA :: CB = BA y permut.do (16. p. 5.) sera ...

DC = CB :: CA = BA pero CA es mayor que BA luego (13. y. 5) DC es mayor que CB; del mismo modo se demuestra que CB es mayor que DC y AC mayor que DC; luego continuando la razon de AB = à AC à la 1.ª AB = sub.te aumentando las magnit.s CB = DB = EB = &c. siempre mayores llegarà à una Cantidad mayor que qualq.ra propuesta. Ll.

2.º Si la razon de mayor desigualdad se continuare llegarà à una cantidad menor que qualquiera propuesta. = Sea la mag.d AS = la propuesta, y sea la razon dada la de GH = à GL hagase como GL = GH :: AB = AC = y continuese esta razon con las mag. BD, AC, AE; hasta tanto que sea la ultima como AE mayor que GH y quantas veces està continuada la razon de AB. à AC (otras tantas) se continue en la GH la razon de GH = à GL, y sean GL, GM, GK. Digo que la ultima GK es menor que la propuesta AB. porque las mag.

AA = CA - DA - CA - BA - son proporcionales alas can-
tidades HL - YL - KL - LL - ML. luego (22. p. 5.) en
igualdad de razon será como AA - B. A :: HL - L. M.
luego alt.do (16. - 5) será como AA - AL :: BA - L. M.
pero AA es mayor que AL (por cons.) luego (18. p. 5)
será AL mayor que AL. luego se ha llegado ala
mag.d AL menor q. la propuesta AB. Q.e d.

Proposición 12.

A tres Rectas dadas hallar la quarta
proporcional.

Sean las Rectas AB - BC - AD; pongan(se) las
AB - BC como la 1.a y 2.a en una línea Recta AC
y la 3.a AD pongase sobre el extremo A formando
qualq.r angulo, y tirese DB. alarguese AD. tirese
(2. p.º) y por C tirese CE paralela à DB. (31. p. 1)
q. encuentre ala AD prolongada en E = digo q.e DE
es la quarta prop.l. pues se ve porque en el
triangulo ACE el lado CE esta tirada paralela
DB

DB. luego (2. p.) serà como AB = CB :: AD = CD. &c.

Proposicion 13.

A dos Rectas dadas hallar la media proporc.[l]

Sean las Rectas AD = DC. Pongan̄se en una linea Recta AC = dividase por medio en E (10. p. 1.) y haciendo centro en E = con la distancia EA = describase el semicirculo ABC = y por D = leb.[e] DB = perpendicular à AC = (11. p. 1.) Digo que esta es la ½ pnal. que se busca. Tirense las Rectas BA = BC serà el angulo ABC = Recto (31. p. 3.) y porque sobre el angulo Recto B = està tirada la perp.[r] BD. à la Recta AC = luego, (c. p. 8.) es como: AD = DB :: DB = DC = luego entre las dos Rectas AD = DC = se à hallado la media pnal. DB = q. es Dr.[a]

Corolarios.

1.° De aquí se sigue que si en un circulo, de qualq.[r] punto de la circunfza. se tira una perpend.[r] al diametro serà ½ pnal. entre los seg.[s] del diametro,

2.º ... Siguese tamb.n q. la min.ª p.nal no puede ser mayor q. la semisuma de las dos Rectas dadas.

Proposicion 14.

Los paraleogrammos ig.s que tienen un ang.lo ig.l a un angulo tienen reciprocos los lados, que comprehenden iguales angulos, y los p.ralelog.s q. tien.n recip.s los lad.s q. comp.n ig.s ang.s son ig.s

Sean ig.s los paralelog.s CDB = EDE = y tengan ig.s los ang.s CDB = EDE = Digo que tienen reciprocos los lados que los comprehenden esto es: como CD = DE :: ED = DB = juntense los dos paralelog.s por los angulos ig.s de suerte que las lados CD = DE = compong.n una linea Recta y que daran los otros ED = DB. en dicha Recta, por que los ang.s CDB = EDE = seran ig.s luego si a estos se añade el angulo BDE = queda.n (ax. 2) los ang.s CDB = BDE = ig.s a los EDE = BDE = pero los dos 1.s comp.n a dos Rectas (13. 1) luego los dos 2.s comp.n a dos Rectas (ax. 1) luego

las

los lados CD = DB = comp.n una Recta (14. p. 1) alarguen
q.e los lados AB = FE hasta que concurran en H
(2. post.) y será DH = un paralelog.mo (D.n 35. 1.) y
porque los paralelog.s CB = GE = se suponen equi-
tendràn una misma razon al paralelog.mo DH
(7. p. 5.) pero el paralelog.mo CB = al DH = tiene la mis-
ma razon que tiene CD = à la DE = (1. p.) y el
parallelogramo GE = al DH = tiene la razon de
GD = à DB = (1. p.) luego (11. 5.) será como: CD = DE :: GD =
DB = luego los paralelog.s eq. &c.a = es lo primero.

Digo lo 2.o que si los lados CD = DE son recip.
de los GD DB = y los ang.s CDB GDE eq. los paral.
ygrãs seràn eq.s entre si CB GE porque hecha
la misma const.n con la misma sup.n antes hecha
serà (1. p.) como CD = à DE assi el paralelog.mo
CB = al DH y por la misma serà: como GD = à DB
assi el paralelog.mo GE al DH = luego (11. p. 5.) s.

co

como CB = DA :: GE = DE = luego (9. p. 5.) son ygua-
les. CB = GE = como q.^e es lo 2.^o luego &c. ....

Proposicion 15.

Los triangulos iguales que tienen un angulo ygual
a un angulo tienen recip.^te los lados que los comp.
y si tienen recip.^te los lados q. comp.^n ig.^s ang.
los triang.^s seran iguales entre si.

Sean los triang.^s ABC = DEC ig.^s q. tengan los
ang.^s ACB = DCE = ig.^s digo que tienen recip.^te los
lados que comp.^n estos ang.^s estos, que sera como
AC = CE :: DC = CB = juntense los lados AC = CE de su-
erte q. comp.^n una misma linea, y las otras dos
DC = CB = compondran otra recta (como esta demost.^o
en la p.^n anteced.^te) que la recta BE = y porque los
triang.^s ABC = DEC = se suponen ig.^s tendran una mis-
ma razon al triangulo BCE = (7. p. 5) pero el
triangulo ABC = al BCE = tiene (1. p.) la razon de
AC = a = CE. y el triangulo DEC = al BCE = tiene (1. p.)

la razon de DC = à = CB = luego (11. p. 5) es como AC = CE :: DC = CB = queslo 1º. luego &c.ª

Digo lo 2º. que si dhos triang. tienen recip. los lados que comp.n sus ang. es esto si es como AC = CE :: DC = BC = seràn igs. dhos triang.s por que hecha la misma constr.n que antes serà como AC = à CE = asi el triangulo ABC = al CBE = (1. p.) y como DC = à = CB = asi el triangulo DCE = al CEB (por la misma) pero se supone AC = à = CE = como BC = à = CD = luego (11. p. 5) serà: como el triangulo ABC = al CBE = asi el triangulo DCE = al CBE = luego (9. p. 5) son iguales. ang. ABC = DCE = como igs. que es lo 2º. luego &c.ª

Esta propos.n tambien se demuestra por la propos.n 7.ce por q. si los triang.s dados se suplen ... paralelog. tirando paralelas de los puntos A. B. D. E. a los lados q. comp.n ang. igs. serà la misma demonstr.n que la de la propos.n ...

Corolario.

Leo

Los triang.os ig.s tienen las bases y altit. reciprocas y si las bases y altitudes son reciprocas los triang.os son ig.s [illegible] lo uno y lo otro.

Sean los triang.os ig.s ABC. DCE. cuyas bases sean AB. DE. y sus altit. desde ellos las perp. AF. CE. y tirense las rectas AB. GD. y sera el triang.o ABD = al triang.o ACB (37. p. 1.) y el triangulo DCE = al triangulo DCE por la misma razon los triang.s ABC. DCE. [illegible] ig.s luego [illegible] los triang.s ABD DCE son triang.s y ig.s luego (15. p. 6.) tienen reciprocos los lados que comprehenden los ang.s rectos (q. son ig.s 12 ax.) esto es como AB a DE que son las bases assi CE a AF que son las alt.s luego se ve que lo primero.

Digo lo 2.o que si es como la base AB a la DE assi la altura CE a la altura AF q. los triang.s son ig.s porque (15. p. 6.) los triang.s ABD. DCE. son ig.s pero estos son ig.s a los ACB. DCE (1. p. 1.) luego (ax. 1.) los triang.s ABC. DCE son ig.s que es lo 2.o luego se ve.

Proposición 16.

Si quatro rectas son proporcion.s el rectangulo de las extremas es igual al rectangulo de las medias: y si el rectangulo de las extremas es igual al de las medias las quatro rectas serán proporcionales.

Sea lo 1.º quatro rectas AB. CD. EF. GH. proporcion.s como AB. CD :: EF. GH. hagase el rectang.º AH. de los extremos AB. GH. y tambien el rectangulo CF. de las medias CD. EF. Digo que estos rectang.s son ig.s porque siendo los ang.s rectos por constr.n (ax. 11) y los lados que los comprehenden recip.s propors. pues es AB al 1.º a CD al 2.º como EF al 2.º a GH al 1.º serán estos paralelog.s ig.s (14. p. 6) q.e es lo 1.º &c.

Sea lo 2.º ig.s los paralelog.s rectang.s AH. CF. digo que las rectas que comp.n ig.s ang.s ABH. CEF. son recip.s por que por la misma sup.n de ser ig.s y los ang.s comp.s iguales seran (14. p. 6) recip.s los lados que los comp.n esto es como AB. CD :: EF. GH. luego &c. [illegible]

&c.

Scholio.

Si quatro Rectas son proporcionales y la 1.a ala 2.a tiene mayor razon que la 3.a ala 4.a el Rectangulo de las extremas es mayor que el de las medias: y si el Rectangulo de las extremas es mayor que el de las medias la 1.a ala 2.a tiene mayor razon que la 3.a ala 4.a

Por que si una Recta como Y. tiene mayor razon ala 2.a CD. que la 3.a EF. ala 4.a GH. y la 3.a EF. ala 4.a GH. tiene la misma razon que la 1.a AB. ala 2.a CD. tendrà la Y. ala CD. mayor razon que la AB. ala CD. (13) luego Y. serà mayor que AB. (10. p. 5) luego el Rectangulo de la Y. y de la GH. serà mayor que el Rectangulo de la AB. y de la GH. (p. 1.) pero este Rectangulo es igual al de las CD. EF. que son las medias, luego el Rectangulo de las extremas Y. y GH. es mayor que el de las medias CD. y EF. Y si el Rectangulo de la Y. y de la GH. es mayor que el de la CD. EF. que es igual al de las AB. GH. (16. p.) tendrà la Y. ala CD. mayor razon que EF. à GH. porque el Rectangulo de la Y. y de la

GH.

GH= es may.r que el dela AB= y dela EF= (1.p.) luego Y= es mayor que AB= (10.p.5.) luego la 1.a Y= ala 2.a CD= tiene may.r razon que la 3.a CH= ala 4.a EF= q.e es &c.a

Lo mismo se demuestra siendo la Y= menor que la AB por que si la 1.a ala 2.a tiene menor raz.n q. la 3.a ala 4.a el Retangulo delas extrem.s seria menor q. el delas medias.

y al contrario.=

Proposicion 17.

Si tres Rectas son contin.e proporcion.s el Retangulo delas extremas es igual al q.do dela media; y si el Retangulo delas extrem.s es igual al q.do dela media, las tres Rectas son contin.e proporcion.s

Sean las tres Rectas AB= CD= EF= proporcionales. digo que el Retangulo AH= formado delas extremas = al q.do CS= formado dela media CD= por que (3. 5.) CS= = CD= seran quatro Rectas prop.s como: AB=CD:: CS: EF= luego (16.p.) el Retangulo delas extremas AB= EF= = al

que

guardado de las medias, quiero decir el Retangulo de las medias: pero este Retangulo es qq.do por que las medias CD = EF = son ygu.s (cons.) luego el Retang.o de las med.s &c.a

Y el Retangulo de las extremas = al qq.do de la media de las tres Retas son prop.s porque tomando la CD = [illegible] como AB : CD :: EF : GH = (p. 16) luego será como AB : CD :: asi CD = a EF à GH = luego son prop.s las tres Retas &c.a

Corolario.

De aquí se sigue que qualquier Reta es media proporcional entre dos Retas que comprehendo un Retang.o = al qq.do de dha. Reta.

Problema de D.r Antonio de Hugo.

Hallar dos qq.s quiero dezir dos Retas Reciprocas de dos dadas cuya suma, ò difer.a sea conocida.

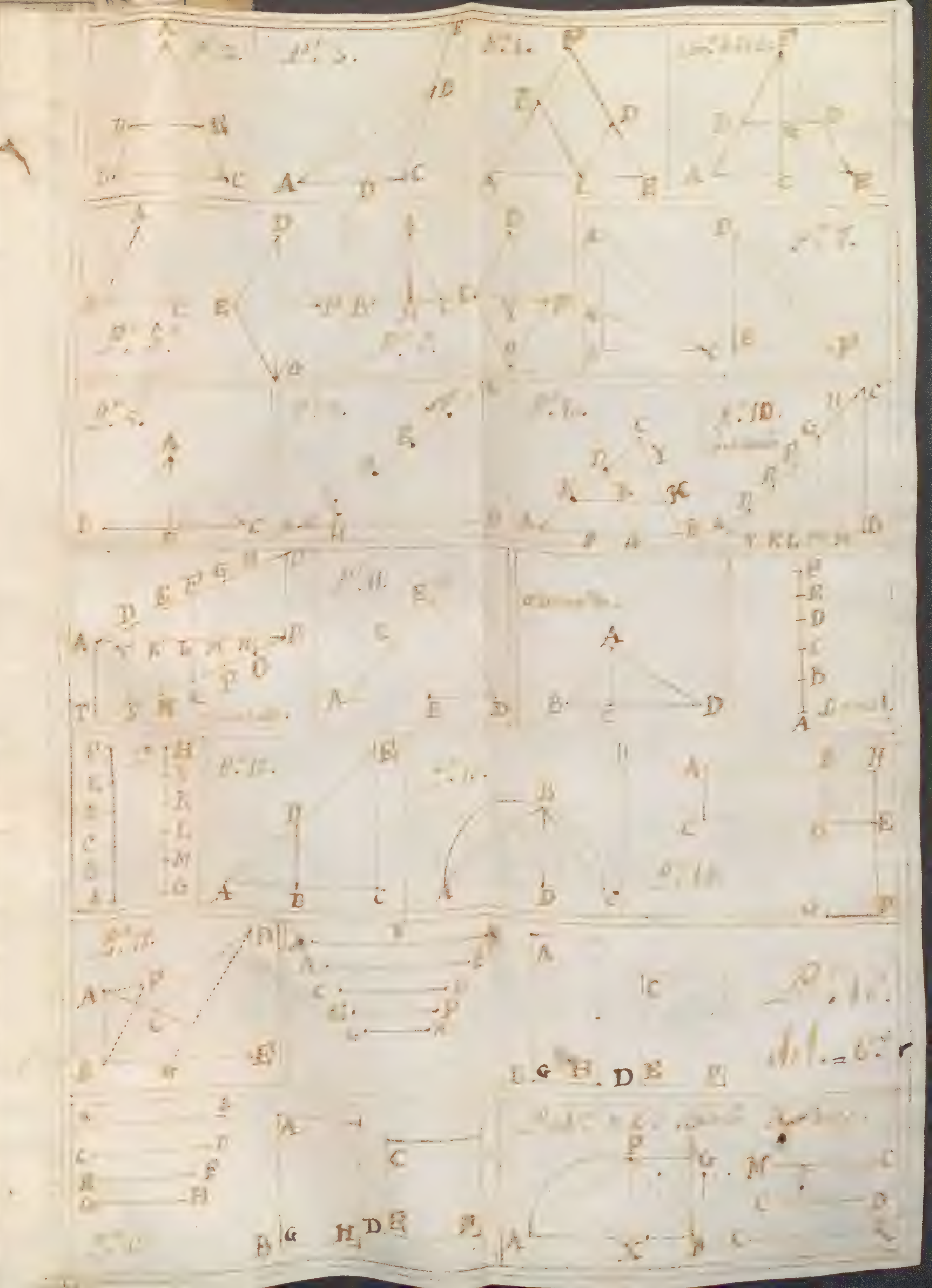
Lo primero sea AB = suma de las dos Retas, y se ha de dividir en dos segmentos Reciprocos à las Retas dadas

AC =

MC = CL: Busquese entrestas la media prop.l CD (13. p.) y del extremo B: lebantese BL: perp.r â AB = ala media CD: y sobre el diametro AB: lebantese el semicirculo AFB: (3.º p.º) y por L: tirese LF: perpendicular â LB (11. 1) ô paralela â AB (31. p. 1) que cortarà al semicirculo en F: por el qual punto tirese FD. perp.r â AB (12. p. 1) digo que la AB: esta cortada en D: en dos p.tes reciprocas alas rectas MC: CL: porque AB: es paralelog.mo (D.n 35. 1) luego FD = LB. (34. p. 1) pero esta = â CD: (cons.) luego (ax. 1) FD = CD: pero CD: es ½ entre las MC: CL (cons.) luego tamb.n FD. es media prop.l entre las mismas rectas, luego (17. p.) el qq.do de la FD: = al rectangulo de las MC: CL: pero el qq.do de la FD: es (13. y. 17. p.) = al rectangulo de las AD: y: DB: luego el rectangulo de las MC: CL: = al de las AD: DB: luego (16. p.) sera como MC: AD :: DB: CL. luego D: ...

lo-

Lo segundo. Sea la AB: difer.ª de las partes que se buscan. Sobre el extremo A: levantese (11.p.1) la perp.r AS: tirese a la recta CD: (3.p.1) dividase AS por medio en P (10.p.1) y tirese PS. con cuyo intervalo describase el semicirculo XSR: haciendo centro en P. alarguese AB hasta una, y otra parte en X: y R. Digo que las XA: XB: cuya diferencia es la AB: son reciprocas a las rectas dadas AC: CL: porque PX = PR: (15.d.1) y PA = PB: (por con.) luego las restas XA: BR: son iguales (3.ax.1) y añadiendo a entrambas la AB: serà (2.ax.2) XB = AR: pero AS: es (13.p.6) media proporcional entre las XA: y AR: luego tambien lo serà entre las XA: XB: luego (17.p.6) el rectangulo de las XA: XB: = al quadr.º de AS. ò de CD: su igual: pero este quadr.º = al rectangulo de las AC: CL: luego el rectangulo de las XA: XB = al de las AC: CL: luego (16.p.6) seràn como AC: XB :: XA: CL. luego &c.



Corolario.

De aquí se sigue que la diferencia de dos quadrados es igual al Rectangulo contenido de los lados juntos de dichos quadrados y de la diferencia entre ellos, porque el quadrado de AS (que es (47. p. 1.)) la diferencia entre los quadrados de los AP y PS.) es igual al Rectangulo de las XA y AR (13. y 17. p.) pero AR es suma de los lados de los quadrados AP y PS y AX es la diferencia entre estos lados. luego &c. que es lo que &c.

En numeros.

Sean los dos quadrados 64. y 36. cuya diferencia 28 ha de igualar al Rectangulo de la suma de los lados de dichos quadrados que es 14. y de la diferencia que es 2: cuyo producto tiene producto es 28.

Proposicion 18.

Sobre una Recta dada describir un Rectangulo excedente, y semejantemente puesto a otro Rectangulo dado.

Sea la Recta dada ZS. sobre que se describirá un

Rectángulo es ymed.te al dado AFXK. Desde qualquier angulo como X tirense a los ang. opuestos A y E las Rectas XF - XE y quedará resuelto el Rectángulo dado en tres triang. AXK - FXE - [illegible]. Esta la Recta AB: con el punto [illegible] el angulo BAD = [illegible] y también [illegible] ([illegible]) y [illegible] las Rectas [illegible] el [illegible] el angulo [illegible] el [illegible] luego el triangulo [illegible] es ymed.te al [illegible] ([illegible]) [illegible] también [illegible] la Recta [illegible] [illegible] el triangulo [illegible] ymed.te al [illegible]. El mismo modo que el antecedente y también el triangulo [illegible] ymed.te al [illegible] y [illegible] [illegible] del Rectángulo [illegible] tres triangulos. Digo que el Rectángulo ABCDE es ymed.te y ymed.te mente [illegible] el Rectángulo dado [illegible] porque el angulo [illegible] = [illegible] y el [illegible] también = [illegible] luego el [illegible] = [illegible]

KML (ax. 4) así mismo se demuestra que los triang. ABC – MGH y el C – K (demonst.) y el C – H (por la misma) y el angulo CAB – HGL (const.) y el ABD – MLK (const.) luego el angulo ADC – MLH (ax. 2) y tambien seràn iguales los angs. CDA – KLM [illegible] (como que son complem.) los ADC KLH iguales luego los triangulos son equiang. (4. 4) Y por que estos triang. DCA – LKM son [illegible] (por la misma prop.) como: CA – AD :: KM – ML – y en los triangulos ADB – LML como DA – AB :: LM – MG luego (22. p. 5.) es como CA – AB :: KM – MG: Así mismo se demuestra que como AB – BC :: MG – GH – Comparando los dos triang. DAB – DBC con los dos LMG – LGH tambien (4. 4) es como DC – CA :: LK – KM y como DC – CA :: LH – HG: Y tambien es como CA – AB :: KL – LG: y como BD – DA :: GL – LM y como AD – DC :: ML – LK: luego (22. p. 5) es como AC – DC :: KL – LH luego [illegible]

(4.D.) las resistencias [illegible] Luego [illegible]

[illegible]

Proposicion 19.

Los triang.s semejantes estan en duplicada razon de sus lados homologos. =

Sean los triang.s ABC = DEF semej.s y tengan iguales los ang.s B = y = E = C = y = F = A = y = D = y sea como AB = BC :: DE = EF y como BC = CA :: EF = FD = y como AB = AC :: DE = DF. Adviertese que BC = EF = son lados homologos, ultimamente AB = DE = como tambien AC = DF. Digo que dhos triang.s estan en duplicada razon de sus lados homologos BC = EF porque si a estos dos lados se toma la 3.a proporcional BG = (p. 11.) tendra el lado BC a BG = duplicada razon de la que tiene la BC = a la EF (10. D. 5.) y siendo BC mayor que EF cortese de la BC la linea BG (3. 1.) y tirese la AG = y porque es como AB = BC :: DE = EF (hip.) por

[illegible] (15. p. 5) [illegible] AB. DF :: BC. CF; pero como BC
à CF; assi [illegible] CF à FC; luego (11. p. 5) será
como AB à BC :: CF à FC; [illegible] igual [illegible] luego los tri-
ang.s ABC. DCF. [illegible] por tener todos [illegible]
[illegible] (7. p. 5) el triangulo AB-
el DCF [illegible] que el ABC [illegible]
DCF; pero si el BC al ABC [illegible] que la
[illegible] BC [illegible] BC (1. p.) luego el triangulo ABC al
DEF [illegible] BC à la BE; [illegible]
[illegible] BC à la BC [illegible]
[illegible] BC à la CF. ([illegible]) 30
luego el triangulo ABC al DEF [illegible]
[illegible] BC; [illegible]

Cerolario

De aqui se sigue que [illegible]
[illegible]

ABC

Scholio.

Otro de monstr.ⁿ mas universal.

Triang. y paralelogramos semejantes tienen duplicada razon [illegible].

Sean dos triang. ABC DEF semejantes, y sea co-
mo AB. BC :: DE. EF. Por la 1ª AB. y la altura CS
formese el triangulo ACS: en el angulo ACS = ABC
(3. y 23. 1º) y sera el triangulo ABC: al triangulo ACS
como la altura BC a la CS. (1. y [illegible]) [illegible]
angulo ACS: en el DEF como [illegible] a la DC
parte misma luego los triang. ABC ACS DCS con-
tinuos proporcionales luego el 1º al 3º tendra du-
plicada razon que tiene el 1º al 2º. pero el 1º al
2º tiene la razon de la altura BC a la altura CS (co-
mo lo demostrado) luego el 1º al 3º tiene dupli-
cada razon de los lados homologos BC. EF. Sq.
Esto supuesto formese el triangulo DCE = [illegible]
2º BC y 3º DC. En el angulo DCE = ABC ([illegible] 1º)

[illegible] también [illegible] quad. [illegible] los triangulos
ABC, ACD [illegible] el 1.º al 2.º [illegible]
[illegible] BD [illegible] y el 2.º al 3.º [illegible]
[illegible] BC [illegible] CD, y el primero al 3.º [illegible]
[illegible] que tienen los lados [illegible] ABC.

Esta demostracion [illegible]
muestra [illegible] semejantes.

Corolario

1.º De aqui se sigue que entre quadrados dos semejantes ay uno medio proporcional, y lo mismo se entiende entre dos paralelog.s

2.º Tambien se sigue que el triangulo correspondiente de los lados es medio proporcional entre los qq.s de [illegible] lados.

3.º Se sigue lo tercero que dadas quatro lineas prop.s el paralelog.mo de los extremos = al de los medios. Porque el paralelog.mo ABC a los dos paralelog.s (uno de los extremos ACE, y el otro de los medios CDE) tiene la misma razon. Esto es: la [illegible] ABC a CE [illegible] ABE [illegible]

DC como está demonstrado luego (3. p. 5) los dos paralelogram. ACD = BCE: luego &c.

4°. – Si[illegible]

[illegible]

5°. – [illegible]

[illegible]

siendo los triangulos y paralelog.s ABC, CDE eq.s

el triangulo y paralelogramo ABC entre (2. p. 1)

[illegible] misma base, los equiangulos [illegible]

pero el ABC al BCF como BC a CF (p. 1) y

el ABC al BDE como AB a DE, luego (11. p. 5) todos

dos triang.s y paralelog.s estan [illegible] AB a DE

[illegible] el 2.o [illegible] BC a CF [illegible]

[illegible] AB a DE [illegible] BC

[illegible] los dos triang.s y paralelog.s eq.s [illegible]

[illegible] fig.a ABC [illegible]

[illegible] la figura ABC [illegible] misma [illegible]

[illegible] AB a DE [illegible] (11. p. 5) [illegible]

Del mismo modo se demuestra [illegible]

[illegible] triang.s y paralelog.s eq.s [illegible]

y paralelogramo DEF.

Proposicion 20.

Son semejantes los poligonos [illegible] igual numero de triangulos semejantes, [illegible] y los poligonos son [illegible]

[illegible]

Sean los poligonos [illegible] semejan- y tengan [illegible] los ang. [illegible] mas del poligono cada uno su correspond.te [illegible] como [illegible] que los lados [illegible] igual numero de triang. semejant. [illegible] los [illegible] angulos [illegible] puesto [illegible] los polig. [illegible] igual num. de triang. puesto [illegible] lo contrario. [illegible] [illegible]

mayor en dimension de semejante el triang.

KXD en el KM; y por quanto los triang. KLE, EBD

son semejantes será como KE : EL :: ED : DB; pero

EL : DB es como KE : DC [illegible]

luego (E [illegible]) será como KE : KD :: BD : DC; pero

los ang. LKB, KDC comprehenden igs. y los LEK,

KDE [illegible] son proporcionales luego los triang.

KLB, DKC son semej. (ex. 5.) luego los triang. KLB,

DKC son semejantes (c. q. s. que se pretendia. =

Digo lo segundo que en los triang. son seme-

jantes a los [illegible] que son en triang.

[illegible] correspondientes en el pentagono y decagono

que tienen semejantes los triang. [illegible]

[illegible]

AK [illegible] (13. [illegible]) y por la misma razon los triang.

[illegible]

6.

homologos AK = DS, luego el triangulo AKS : al DSE
tiene la misma razon que el triangulo AKS.
al triangulo DSE = del mismo modo se demuestra
que el triangulo ABK : al EGH tiene la misma razon
que el triangulo AKB : al DSE = y tienen las
mismas que demostraria. Del mismo modo luego
los triangulos del primer poligono tienen propor-
cion todos a los del 2.º siendo los del 1.º antecedentes
y los del seg.do consequentes, luego (19. 5.) como uno
de los antec. a su conseq.te assi todos los anteced.
juntos a todos los conseq. juntos. Luego como un
triangulo del 1.º poligono a otro, assi un poligono
a otro. luego los triangulos son homologos.
[illegible] a los poligonos, que es lo segundo.
Digo lo tercero, que el poligono a poligono tiene
duplicada razon de los lados homologos, porque los

triangulo AKS. al DBA: tiene la misma razon que quiere el poligono AYL: al DBA: (como esta demostrado) pero el triangulo AKL: al DBK: tiene duplicada razon de sus lados homologos AL: DK: (p. 19.) luego tambien el poligono al poligono tiene duplicada razon de sus lados homologos AL: DK: que es lo tercero =

Otra Demostracion =

Siendo los lados AC: NK: tomese en cualquier punto como N: y de tirense a los angulos las rectas NA: ND: NC: BM: MC: y sobre el lado AG: del seg.do poligono formese (23. p. 1) el triangulo AGN: equiangulo al MBM: y desde N. tirense las rectas NK: NY: NK: y quedaran los poligonos divididos en igual numero de triangulos, y porque los triangulos ABM: AGN: son equiang.s (por const.) seran semejantes (4. p. 7) y por

será como AH : AD :: AF : AE ; pero como AB : [illegible]
AE : assi (por sup.) AE = á AK : luego ([illegible])
será : como AH : AE :: AF : AK ; pero (por sup.) los ang.
[illegible] : KAX son iguales, luego [illegible] seguirán los ig.
[illegible] : [illegible] (por const.) quedarán ([illegible]) los lad.
[illegible] : [illegible] ig. luego ([illegible]) los triangulos [illegible] :
[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
gulos [illegible] triangulos del [illegible] poligono [illegible]
[illegible] [illegible] del [illegible], pero los triang. [illegible]
[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] homologos
([illegible]) [illegible] [illegible] [illegible] á [illegible] ó [illegible] á AK ; [illegible] que
[illegible] [illegible] una misma (30. p. 5) luego (12. p. 5) [illegible]
[illegible] triangulo [illegible] poligono, [illegible] [illegible]
poligono [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] luego [illegible]

Corolario.

De aquí se sigue, que como los Rect.os prop.s
será como la 1.a a la 3.a assi el Poligono descrito
sobre la 1.a al semejante descrito sobre la 2.a

Proposicion 21.

Los Rectilineos que son semejantes a un Rectilineo son tamb.n semejantes entre si.

Sean los Rectilineos ABC DEF. semejantes al GHY. Digo que tambien son semejantes entre si, porque por semejantes los Rectilineos ABC. GHY. serán los angulos del uno, iguales a los del otro, y los lados cerca de iguales ang.s del uno prop.s a los del otro (D. 1.a) tambien por la misma los angulos del Rectilineo DEF. son ig.s a los del GHY. y los lados del Rectilineo DEF. que comp.n ig.s angulos proporcion.s a los lados del GHY. luego (ax. 1) los ang.s del Rectilineo ABC. son ig.s

dos consiguiente el Rectilineo DEF. y (11. y 5.) los lados del Rectilineo ABC. cerca de iguales angulos son proporcionales a los lados del Rectilineo DEF. luego (def. 1.ª) el Rectilineo ABC. es semejante al DEF. Q.E.D.

Proposicion 22.

Los Rectilineos semejantes, y semejantemente descritos sobre quatro Rectas proporcionales, lo seran tambien: y si Rectilineos semejantes, y semejantemente descritos, fueren proporcionales, tambien lo seran las Rectas sobre q. se descrivieron.

Pruebase lo primero.

Sean lo 1.º las quatro Rectas AB. DE. GH. KL. proporcionales como AB: DE :: GH: KL. y sobre las Rectas AB. DE. descrivanse los triang. semejantes CAB. FDE. y sobre las GH. KL. los rectangulos GI. KM. semejantes y semejan-

lados y tienen entre sí la proporcion de los [illegible]
triangulos semejantes como el triangulo ABC = al DEM.
asi el Rectangulo GZ = al = KM = busquese a las
dos rectas AB = DE = la 3ª proporcional Z y a las GH. KL =
la 3ª proporcional L: (11. p.) y será (22. p. 5) como AB = Z ::
GH = R = pero como AB = à = Z asi es el triangulo
ABC = al DEM (con. [illegible]) y como GH = a R = asi es
el Rectangulo GHX = KLM = (con. [illegible]) luego (11. p. 5)
será como el triangulo ABC = al DEM = asi el
Rectangulo GHX = al KLM = &c = - - - - - - -

Caso segundo. el triangulo ABC = el DEM co-
mo el Rectangulo GZ = al KM = Digo que los lados
AB = DE = GH · KL = son prop. Busquese a las dos
Rectas AB = DE = GH = la 4ª PO. (12. p. 6) y sobre
la PO = hagase el Rectangulo POR semejante al
GHZ = (18. p. 6) por cuyo Rectangulo será semejante al

KLM

KLM. (21.p.) y por que es (por const.) como AB = DE :: GH = DO = será tambien como el triangulo ABC = al DEF = así el triang. GHY = al KLM (como esta demonstrado en la 1.ª pte) pero (por sup.) el triangulo ABC = al DEF = tiene la misma razon que el rectilineo GHY = al KLM = luego, (9. p. 5) los rectilineos KLM = DOP son iguales pero tambien son semejantes (como esta demonst.^do) luego las rectas KL = DO : son iguales (como se demonstraria tambien en el Lemma siguiente) luego (7. p. 5) será como GH = DO :: GH = KL = pero como GH à DO = así es AB = à DE = (por const.) luego (11. p. 5) será, como AB = DE : GH = KL = que es lo 2.º luego &c.ª =

Lemma.

(1) Demonstrase que rectilineos semejantes, y iguales estan form.^dos sobre rectas iguales.

Y las dos Rectas dadas ΛΣ: ΛΘ: busquese la 3.ª
prop.l S = (11. p. 1) y la ΛΣ: no es = ΛΘ: será mayor
o menor. Supongase que la ΛΣ: mayor que la
ΛΘ: y porque es como ΛΣ: ΛΘ:: ΛΘ: S: y
la ΛΣ: se supone mayor que la ΛΘ: luego (14. p. 5)
ΛΘ: es mayor que S: luego ΛΣ: será mucho
mayor que S: pero como ΛΣ: ΛΘ: S: assi es
el Rectangulo ΛΣ M: al ΛΘ P: (cor. de la 20.) luego el
Rectangulo ΛΣ M: será mayor que el ΛΘ P, que es
contra lo supuesto luego la ΛΣ: no puede ser
mayor que la ΛΘ: ni tampoco menor porque
se seguiria el mismo inconveniente, luego serán
yguales las Rectas ΛΣ: ΛΘ: q. e. d.ª

Problema de D.n Antonio de Ugo.

Hallar dos quadrados Rectos cuyos dos lados
sea suma, de su R.e a su consecutivo. &.

Lo primero sea el qq.do dela AB: [illegible] dela
[illegible] qq. [illegible] Rectang. [illegible] qq. dela
C. y D. es al qq.do dela C. [illegible]
[illegible] lo quadrado [illegible] dela C. y D. alas dos
Rectas AB. y C. tengase la 3.a prop. BH. (11.
y prongase prop.l entre la AB. (11. y 6.) tengase
[illegible] [illegible] [illegible] hallada [illegible]
AG. BD. Rectang. alas C. y D. por el schol. de 17. del 6.)
y tirense las AF. BF. Digo que los qq. de estas son
Cuya suma es el qq.do dela AB. (47. p.1.) [illegible]
[illegible] al qq.do dela C. y los qq. de las C. y D. por
que las AB. C. BH. y su ygual AG. son prop. (por
cons.n) luego (17. p.) el qq.do dela C. es = al Rectangulo de
las AB. AG. que lo [illegible] AB. AF. C. [illegible]
[illegible] (8. p. luego es como AB. AF. = AF. AG. luego
(17. p.) el Rectangulo delas medias AF. BF. [illegible]

las terceras [illegible] AB. [illegible] del sq. de la [illegible] compuesta

como (esta demostr.) del rectangulo de las C [illegible]

Dividido por el sq.do de la C = al rectangulo de la

AB. BC. Será (17. p.) como C : AB :: AB . C luego

también ([illegible] p.) será como el sq. de C : al de AB

así el de AB. al de la C = [illegible] como

el rectangulo de la AB por AB = al de las C [illegible]

Como (esta demostrado) luego (16. p.) será como

C : AB :: AB = BD luego ([illegible] p.) será como el sq. de

la C al de la AB así el sq. de la AB al de la D.

luego [illegible] hallado los dos sq. de la AB [illegible]

cuya suma [illegible] es el sq. de la AB - [illegible]

[illegible] estas C [illegible] D = para [illegible]

Nota: que así como puede [illegible]

el problema [illegible] de la [illegible]

[illegible] C [illegible]

la [illegible] dela [illegible] [illegible] [illegible] por [illegible]
[illegible] el [illegible] [illegible] [illegible]. =

Sea [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible] [illegible] . [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible] [illegible] (l [illegible]) [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] ([illegible]) [illegible]
[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] dela [illegible]) [illegible]
[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
(lo p. 1.) [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible] ([illegible]) [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible] [illegible] 30 . y 50 = [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible] = (4.7. 1.) [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] DE [illegible] ([illegible]) luego

[illegible] Rectos [illegible] y [illegible] = [illegible] ([illegible]) [illegible]

[illegible] [illegible] qq. [illegible] [illegible] [illegible]

Y por quanto los Rectos [illegible] = [illegible] e [illegible] = [illegible] iguales

[illegible] [illegible] (por constr.) luego ([illegible]) el quadrado

[illegible] al Rectangulo [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible] tambien [illegible] ([illegible])

[illegible] [illegible] : [illegible] [illegible] = luego el Rectangulo de las [illegible]

[illegible] al de las [illegible] = [illegible] = ó al qq.do de la [illegible] igual

al Rectangulo de las [illegible] = CQ = luego co (16. p.) [illegible]

[illegible] [illegible] [illegible] y tambien por la misma [illegible]

[illegible] [illegible] = [illegible] luego (22. p. 6.) los qq. [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible] [illegible], luego los quadrados de las [illegible]

[illegible] [illegible] al qq.do de la C. y a los qq. de las [illegible]

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] Rectos [illegible] = [illegible] =

[illegible]. de los qq. de la [illegible] = [illegible] [illegible]

[illegible]

Proposicion 23.

Los parallelog.s Equiangulos; tienen entre si la com-
puesta de las razones de sus lados.

Sean los parallelog.s equiang.s AD = DF que tengā
los angulos BCD = ECG = ig.s Digo que tienen entre sí
compta. la razon de los dos lados del uno a los dos del
otro cerca de ig.s angulos. Respecto que los antecedentes
estan en uno, y los consequentes en otro. Esto es que
si se toman tres Rectas K. L. que hace la F. a la K
como la BC. a la CG. (12. y.) y la K. a la L. co-
mo la DC. a la CE. será el parallelog.mo AD. al DF.
como la F. a la L. Juntense los dos parallelog.s AD.
DF. de suerte que la BC. y CG. compongan una
linea Recta, y las DC. CE. compondran otra, (como
queda demost.do en la prop. 14.) Tirese las lados
AD. GF. hasta que concurran en H. y formen.

otro paralelog.mo DH: y por que (p. 1.) como CD = a DG = assi el paralelog.mo DA = al DH: y como CD = a DG = assi es (por const.) la Y = ala K. luego (11. p. 5.) será como el paralelogramo DA = al DH = assi la Y = ala K. assi mismo como BD = a DE: assi el paralelogramo DH = al DM. (p. 1.) y como BD = a DE = assi es la Recta K = a la L = (por const.n) luego (11. p. 5.) será como el paralelog.mo DH = al DM assi la K = ala L = siendo pues tres Cantidades de una parte que son los paralelog. DA = DH = DM y otras tres de la otra parte que son las Rect. YKL. en propor.n hordenada luego (22. p. 5.) será como la 1.a DA = ala 3.a DM. assi la 1.a Y = ala 3.a L = pero la Y = ala L = se compone de las Raz. de la Y = ala K = y de la K = ala L. (D.n 5.) que son ygs. alas razones de la CD = ala DG = y de la BD = a la

la DE. (por const.^{on}) luego el paralelog.^{mo} DH. al DL tiene razon compuesta de los lados que comprehenden iguales ang.^{s} B.

Otra demonstracion mas facil.

Cumplanse los paralelog.^{s} como queda dho: y porque (hyp.) como el paralelog.^{mo} DH= al DK= asi inverse CH= al LE= y como el paralelog.^{mo} DC= al DH= assi la razon del paralelog.^{mo} DH= al DK= se compone de las razones de los y ntermed.^{s} del DH= al DC= y del DC= al DK luego (x.) la razon del paralelog.^{mo} DH= al DK= se compone de las razon. de los lados CH= a LE= y de los que comprehenden los ang.^{s} ig.^{s} luego [illegible]

Nota: que si se saben los valores de los lados de los paralelog.^{s} en numeros se sabra tambien la razon compuesta de dhos lados en numeros: = ... el

Del mismo modo se demuestra que los triang.^s que tienen un angulo = a un angulo, tienen com-p.^ta la razon de las raz.^s de los lados que Comp.^n ig.^s ang.^s porque si se juntan los parallelog.^s sera la mesma demonst.^n antesed.^te porque los triangulos son mitades de los paralelog.^s (34 p. 1) luego (15 p. 5) tendran la misma razon Compuesta de dos lad.^s

Proposicion 24.

En qualquier paralelog.^mo los paralelog.^s que Cortan el diametro son seme[j]antes al total, y entre si.

En el paralelog.^mo BD: Cort el diametro AC: a los paralelog.^s AE. GF: Digo lo 1.^o que estos son semej.^s al paralelog.^mo todo BD: porque el angulo ABC: es comun a los paralelog.^s AE: BD: y el angulo AEF: [e]xterno = ABC: interno (29 p. 1) y los opuestos a los ang.^s iguales.

dhos paralelog. son. ellos (30. p. 1) luego son equiang. Al mismo modo se demuestra que el paralelog.mo GH es equiangulo al BD. Y por que el triang. AFY es tambien equiangulo al ABC y el triangulo ACY tambien es equiangulo al ABC será (p. d.) Como AF = FY :: AB = BC luego cerca de los angulos iguales F y B tienen lados prop. los paralelog. AC = BD á demas como FY = YA :: BC = CA y como YA = YC :: CA = CD luego (22. p. 5.) es como FY = YC :: BC = CD luego cerca de los ang. FYC = BCD tienen lados proporcionales. Del mismo modo se demuestra en los otros dos ang. de dhos paralelog. que dos comprehenden lados prop. luego (D. 1.ª) son semejantes los dhos paralelog. FC = BD, y al mismo modo los paralelog. GH = BD son sem. como se demuestra lo 2.º que los paralelog. FC = GH son semejantes entresi, por que siendo semejan-

al total (por la 21.) lo seran entre si. luego &c.

Proposission 25.

Formar un Retilineo semejante, y semejantem.te puesto a un Retilineo dado, é igual a otro dado.

Sean los Retilineos dados A. y. C. y sea el form.do otro, semejan.te al A. y igu.l al C. Sobre el lado AB. formese el Retangulo BG. igu.l al A. (45. p. 1.) y sobre la AG. en el angulo GAH. igu.l al BAF. form.se el Retang.lo AH. igu.l a C. (44. p. 1.) y seran las lineas BAH. e GAE. cada una linea Reta, (como vedimos en la pag. 84. 1.º) Entre las Retas BA. AH. busquese la media prop.al AK. (13. p.) y sobre ella formese el Retilineo B. semejante al A. (18. p.) Digo que el Retilineo B. es tambien igual al C. por que las Retas BA. AK. AH. son Continuas proporc.s (por const.) luego (c.º de la 20.) sera: como la 1.a BA. a la 3.a AH. asi

asi el Rectilineo A= ála 1ª al semejante B= ~~al~~
2ª; pero como DA á AK= asi es el paralelog.mo
DE= al AY=(p.1ª) luego (11.p.5) es como el paralelo
g.mo DE= al AX. asi el Rectilineo A= al B= pero
como el paralelogramo DG= al AY= asi es el Recti-
lineo A= al= C= por ser DG= á A= y AY= á C (por constr.)
luego (11.p.5.) es como el Rectilineo A= al B= asi el mismo
Rectilineo A= al C= luego (9.p.5.) los Rectilineos C= y B=
son igl.s pero B= es semejante á A= (por constr.) luego
se ha formado un Rectilineo &c.ª

Proposicion 26.

Los paralelog.s semejantes, que tienen un angulo
Comun, los corta un mismo diam.tro

Sea el paralelog.mo AC= semejante al EF= que ten-
gan Comun el angulo EDF= Digo que el mismo
Diametro del AC= es tamb.n diametro del EF= tien-
e las Rectas DG= GB= las quales si componen una
Recta

Recta será diametro comun de entrambos paralelog.^s por que AG = es diametro del paralelog.^mo ED y DB = es diametro del AC = y dos tales lineas no componen una recta havria sido posible otro diametro en el paralelog.^mo AC = como DHB = que corte al paralelog.^mo ED = en el punto H = y tiree la HY = paralela a la ED = (31. p. 1) y por que a los paralelog.^s AC = EY = los corta un mismo diametro DHB = estan semejantes (24. p. 6) y por esto como es la AD = a la DC = assi sale a DY = (D. 1.) pero por las sup.^s de ser semejant. los paralelog.^s AC = ED = como AD = DC = ED = DF = luego (11. p. 5.) seran como ED = DY = ED = DF luego (9. p. 5.) DY = DF = la parte al todo lo que (ax. 9.) no puede ser luego AG = y = DB = componen una recta dia=

Proposicion 27.

De todos los paralelog.^s aplicados a una misma recta y deficientes en figuras paralelog.^s semejant. y semejantem.^te puestas al que se haze ala mitad.

Sera

sobre la Reta dada AB: estan aplicados los paralelogramos CH = XI = deficientes alos paralelogs. BD = BZ = semej.s y semejantem.te puestos Digo que el paralelogramo CH = aplicado ala mitad AC = dela Reta dada es el mayor de todos los paralelog.s aplicados ala misma Reta AB = y deficientes con fig.s paralelog.s semejantes al defecto BD = descrivase el semicirculo AKB = [illegible] diametro AB = y de los puntos C y X = caygan las perp.s CK = XM = (11.p.1.) y sea paralelog.mo CH = no es el mayor sea lo sies posible el AXN = luego (scholio dela 16.) la razon de AX = á AC = es m.r que la de AH = á GC = pero por la semejanza delos paralelog.s BD = BZ = la razon de AH = á AX = ó de sus lg.s CH = AXZ = es la misma que de CB = ó de su ygual AC = á XB = (D.r 32.) luego (schol. dela 16.) el Rectangulo AXB = contenido delas Extremas AX = XB

es Mayor que el qq.do dla AC= pero el Retangulo AXB=

= al qq.do dla XM =(17. p.) y el qq.do dla AC = al dla

CH (16. p. 1.) luego el qq.do dla XM= es Mayor que el

la CH (20. 1.) luego (16. p. 1) la XM= es mayor que la

CH lo qual no puede ser (15. p. 3.) luego es menester que

sea el paralelog.mo XY; menor que el CH= el otro

qualquiera que se aplique a la AB= luego &c.

Otra demonstrac.n

Porque el semidiametro AC= o su igual CH es mayor que

la Recta XM= (15. p. 3.) sera el qq.do dla AC= o dla

su igual CH mayor que el qq.do dla XM= pero el qq.do

dla XM= = al Retangulo AXB= (cor. dla 13.) luego el

qq.do dla AC= es Mayor que el Retangulo dla AXB=

(20. 1) luego la razon dla AC= a AX = es mayor que la

razon de XB= a AC= (scholio dla 18.) pero por la

[illegible] de los paralelog.s [illegible] es la razon de

XB = â AC = bunquat BC = [illegible] quite XB [illegible]
(AC: XB) [illegible] ... AX: CX: (8 a. 5. 1.) luego la [illegible]
AC = â ... XB: es mayor quela de AX = â = CX: luego [illegible]
[illegible]) el paralelog.^mo contenido [illegible]
CX: es mayor que el paralelog.^mo equiangulo contenido [illegible] AX = AC: luego [illegible]

Proposicion 28.

Sobre una Recta dada aplicar un paralelog.^mo a un Rectilineo dado, y deficiente con un paralelog.^mo semejante a otro paralelog.^mo dado.

(1) Sea la Recta dada AB, sobre la qual se ha de aplicar un paralelog.^mo al Rectilineo dado Z, y deficiente con un paralelog.^mo semejante al dado HL. Tomese CB = CE (8 p. 1), y sobre ella [illegible] angulo [illegible] EL [illegible] el paralelog.^mo [illegible] Rectilineo dado Z (45 p. 1) [illegible]

82 biquese (12 p.) la media prop.l AV = porque per-

pendicular a la AB = (11 p.1) y por V tirese la VM

paralela, à AB (31 p.1) y sobre la AB describase el

semicirculo AMB = que cortará la paralela en M.

y por M tirese la perp.r MX = a la AB (12 p.1) y

será MX = AV (34 p.1) Hagase (p.12) como XZ

ZL :: BX : VZ = [illegible] BXZ [illegible] y cum-

pliran el paralelog.mo [illegible] quel paralelog.mo

XY [illegible] aplicado a la recta

AB y deficiente [illegible] paralelog.mo [illegible] semejante

al dado [illegible] por que las rectas XY : ZL :: BX :

XZ [illegible] (por const.) y [illegible]

[illegible] (por [illegible]) los paralelog.s

[illegible] semejantes; pero tambien las

[illegible] (por const.) y por

[illegible] media prop.l ó iguales [illegible]

tas

AX= X.T= luego tambien (11.p.5) AXA [illegible]

[illegible] GL= a XY= [illegible] igual XZ= [illegible]

a la CM= por ser ambas razones ig.s de la de=

XG= a X.T= luego (14.p.) el paralelog.mo XZ [illegible] y el

rectilineo dado L= y aplicando con el paralelog.mo BZ

semejante al dado GL= q. era [illegible]

Pero el rectilineo dado L= no ha de ser mayor

q. el paralelog.mo que se aplicare a la mitad de la

Recta dada AB= y tuviere semejante defecto al para-

lelog.mo dado AL= porque (27 p.) este es el paralelog.mo

mayor de los que se pueden aplicar a dha Recta

da AB= por quanto la media proporcional XT= fu-

e mayor que la mitad de la AB= el problema

seria imposible [illegible]

Sin lugar del rectilineo dado L= viene el

paralelog.mo [illegible] juntamente [illegible]

semejante al defecto BZ = se tomará la AV = AXD = y la XA = AV = y serán propor. CD = CH = XB = AY = (equiangulo XAY = CH = y se cumplirá el paralelog.mo BY = y se tirará la XZ = parallela á AY = y quedará el parallelog.ma XY = al BH por que como XB = XA = ó su = CD = CD = á AX = (por const.) y tambien es como CD = CH = XB = XZ = ó se siguirá AZ = recipr. (11. p. 5) es como AX = CD = á CH = AY. por que ambas razones son las mismas que la de CD = á BX = luego (14. p.) el paralelog.mo XY = á BH. y deficiente con el BZ = semej.te al BH &c

Scholio

De aquí se sigue que la AB. en este caso se ha de cortar en las ptes. AX = XB = recipr. á la CD = y el paralelog.mo BH fuera qq.do podia servir el problema para las equaciones algebraicas, q. dan

un Rectangulo: de quien un lado es conocido y el otro no conocido; y tanto son qq. cuyo lado es el mismo que el lado conocido del Rectangulo, es igual a un quadrado conocido.

Proposicion 29.

Sobre una linea recta dada aplicar un paralelogramo igual a un Rectilineo dado, y que excedente con un paralelogramo semejante a otro dado.

Sea la recta dada AB, sobre la qual se ha de aplicar un paralelogramo al Rectilineo dado Z y excedente con un paralelogramo BX semejante al dado AC. Parta se la recta AB (por ...) y por ella en el punto C hagase el angulo BAF igual a EGL (23 p. 1) y formese el paralelogramo igual al Rectilineo dado Z (44 o 45 p. 1) y entre las AG ... la misma pral. AB (13 ...) y pongase perpendicular ...

el punto A (11. p. 1) y se save la AB: y paralelo a R (15 p. 4) y trace la BV y con este semicirculo sobre el Centro A, describase el semicirculo XS: alarguese la AB hasta uno, y otra parte hasta dos, y estara lo AY. media proporcional entre las XR y XB; o su igual AS. (cor. de la 11.) hagase tambien como AS: AL: XA: XY: (12. p.) y en el angulo AXY ~ ACL: y comp. letese el paralelog.^{mo} BY: y tirese la AZ paralela a XY (31. p. 1.) Digo que el paralelog.^{mo} BY ~ al R. estu lento todo BZ: aplicado a la recta AB y excediendo con el paralelog.^{mo} AY: semejante al dado ACL: porque las rectas CD: XA: XY: son iguales AZ: son proporcionales (por constr.) y el angulo X ~ L: luego (D.^{n} 1.^{a}) los paralelog.^{s} AX: AL: son semejantes; pero tambien son prop.^{s} AL: a las CD: XY: XY: CD: porque entrambos hazen las mismas

que

quetas de AE = â = DZ = luego (10 p.) el parallelog.mo BY =
= al DF = y este al Rectangulo dado Z (por construcc.n)
luego el parallelog.mo AX = al Rectangulo dado Z = apli
cado a la Recta AB = y que excede con el parallelog.m
BY = semejante al dado H ...
Y si el Rectangulo ... fuese el parallelog.mo ... excedi
con el AX = y semejante al mismo ... se hallarian
... dos partes ... Respecto de la CD = y
... CD = y ... DF = fuera quadrado po
... este problema para las eq. algebraic.
quando un Rectangulo ... su lado es conocido
y otro no conocido, ... un quadrado, ...
del mismo que el no conocido del Rectangulo es
igual a otro qq. conocido, como en la equacion de la P. 29

Proposicion 30.

Cortar una recta dada segun la extrema y
media razon.

Sea la Recta dada AB: que se ha de cortar segun la extrema, y media razon; divídase en el punto C de tal suerte que el Rectangulo contenido de las AB = CB = sea igual al qq. de AC (11. p. 2.) Digo que la Recta AB = está cortada en el punto C = segun la extrema, y media razon; porque hay tres lineas Rectas AB = AC = CB = y el Rectangulo de las extremas AB = CB = igual al qq. de la media AC. (por razon ...) luego (17. p.) es como AB = AC :: AC = CB: luego (D.n 3.a) Vasta ... Rectas ... como se pidió.

Proposicion 31.

Si de los lados de un triangulo Rectangulo se describen qualesquiera figuras semejantes, la que se describe al lado opuesto al angulo Recto es igual a las demas juntas.

Sea el triangulo ABC = Rectangulo en A: describo

otra cualesquiera figuras semejantes como BH. CY. BH. Digo que la figura BF. es igual a las CY. BH. juntas. Tirese del punto A. la AD. perpendicular a BC. (12. p. 1.) y será (cor. 8. 6.) como BC. a CA: CA a CD: luego (Cor. 2. 20.) es, como la 1.a BC. a la 3.a CD. asi la rectilinea figura BF descrito sobre la 1.a BC. a la semejante CY. descrita sobre la 3.a BC. luego invirtiendo (cor. 4. 5.) será como CD. a CB. asi la figura CY. a la semejante BF. por la misma razon las tres lineas BC. BA. BD. son continuas prop. luego será como la 1.a BC. a la 3.a BD. asi la figura BF. a la congruente BH. é inv.e será como BD. a BC. asi esta figura BH. a su semejante BF. y por quanto es como la 1.a CD. a la 2.a BC. asi la 3.a CY. a la 4.a BF. y como la 5.a BD. a la 2.a BC.

assi la 6.ª BH = a la 4.ª BA luego (20. p. 5.) es
como la 1.ª CA con la 5.ª BD = a la 2.ª BC assi la
3.ª CX con la 6.ª BH = a la 4.ª BA pero la 1.ª CA
con la 5.ª BD son iguales a la 2.ª BC (ax. 19) luego
la 3.ª CX con la 6.ª BH son iguales q. es lo q.

Otro modo facil.

Como el qq.do de la AC al de la BC assi qualquiera
figura semejante sobre la AC a su consiguiente
sobre BC (22. p.) y por la misma razon como
el qq.do de la BA al de la BC assi qualquier rect.
sobre BA a su semejante sobre BC luego (20. p. 5)
como los qq.s de las AC y BA juntos al qq.do
de la BC assi qualquiera otro rect. semejantes sobre las AC y AB juntas a su semejante sobre BC
pero (47. p. 1.) los qq.s de las AC y AB juntos son
iguales al qq.do de la BC luego qualquiera otra fig.ra

semejante de cuyta sobre la AC y AB siendo iguales los semejantes descripta sobre la CB = 8.ª

Proposicion 32.

Si dos triang.s teniendo dos lados proporcion. a dos lados, y se componen segun un angulo, de que siendo paralelos los lados prop. los ... los demas lados de los triangulos ... que componen una recta ...

Sean los triang.s ABC, DCE que tengan los lados AB, AC proporcionales DC, DE, y compongan segun el angulo C de suerte que los lados AB, DC homologos queden paralelos, como tambien los homolog. AC, DE; digo que los lados BC, CE componen una recta: por que siendo paralelas las rectas AB, DC, sera el angulo ... ACD (29. 1) y siendo paralelas AC, DE, sera (por la misma)

el angulo D = al DCE = luego (ax. 1) el angulo A = D =
y por q. dhos triangulos ABC = DCE = tienen q. los
ang. A = y = D = tienen lados prop. serán dhos tri-
ang. semejantes, (6. p.) o equi ang. y el angulo B
de ang. DCE = pero el angulo A = esta demonst.do
= al ACD = luego dos ang. A = y = B = son ig. a los
dos ACD = DCE = (ax. 2) pero estos dos ultimos
son ig. al angulo ACE = (ax. 19) luego los ang.
A = y = B = son ig. al ACE = (ax. 1) añadase a en-
trambas ptes. el angulo ACB = y quedaránl.
(ax. 2) los 3 ang. del triangulo ABC = ygualesa los
ang. ACE = ACB = pero los tres pu. son ig. a
dos rectos (13. p. 1) luego los dos ang. ACE = ACB =
son tambien ig. a dos rectos (ax. 1) luego (14. p. 1)
las lineas AB = CE = Compon.n una
una linea recta BE = 16.a Prop.n

Proposicion 33.

En circulos iguales los angulos assi en el centro como en la circunfa. tienen la misma razon que los arcos sobre que insisten, y la misma tienen los sectores.

De los Circulos iguales ABC, EFG, cuyos centros son D, y H, tomen se iguales quales quiera arcos BC, FG, sobre que insisten los angulos BDC, FHG, en los centros, y los BAC, FEG, en las Circunferencias. Digo que como la razon BC al FG, assi el angulo BDC al FHG, y assi el angulo BAC al FEG, y assi el sector BDC al FHG. Tirense las rectas BC, FG, y acomodese en el Circulo ABC la recta CK igual a BC (1a. p. 4o.) y en el circulo EFG, quantas quisieres todas rectas GK, LK, a FG, por la misma p. y assi

11. las rectas AX = AK - KL = y por q. las BC = CX =

con que (por constr.) los arcos BC = CX = son iguales

(28. 3. g. 27) à tanto r. por los iguales los ang. BDC. CDX.

seràn iguales las circunferen. BC = CX = sobre quien in-

sisten los dhos. ang. (28. g. 3) y por la misma razon

los arcos AB. AK. KL. son iguales como tambien los

ang. AHB. AHK. KHL. luego el arco BCX es

igualmente multiplice del arco BC. Como el

angulo BDX = del angulo BDC. Y tambien el

arco AKL es igualmente multiplice del arco

AB, como el angulo AHL del angulo AHB. Y

si el arco BCX es igual al de AKL el ang.

BDX es al angulo AHL y si mayor o me-

nor el arco BCX que el arco AKB, sera

el angulo BDX mayor o menor que el

angulo AHL: y por que ay quatro cantidades

la

la 1ª es el arco BC = la 2ª el arco BCE = la 3ª el an
gulo BAC = y la 4ª el angulo BAE = y los igualmte
multip. de la 1ª y 3ª son igs mayores, ó menores
que los de la 2ª y 4ª luego (D. 3. E. 6 L. 5.) es como
el arco BC = que la 1ª a la 2ª el arco BE a sí la
3ª el angulo BAC = a la 4ª el angulo BAE = pero
Como el angulo BAC = al BAE = assi es (11. p. 5) el
angulo BAC = al BAE por ser mitades de los 1.
(20. p. 3) luego (11. p. 5) será tambien como el arco
BC = al BE = assi el angulo BAC al BAE = cq. d. s.

Digo lo 2º que como el arco BC = al BE = assi
es el sector BAC = al BAE porque de los segm.
BC = CX = los ang. BMC = y CRX = son igs. (27. p. 3) por
que insisten sobre igs. arcos BAC = CBX = luego
los segmentos BMC = CRX = son semejantes e igs.
(24. p. 3) y por estar sobre igs. rectas BC = CX = y no...

á entramb. los triang. BDC = CDX = (ig. a. p. 1)

y quedarán (ad. 2.) los sectores BDC, CDX = ig. luego

q. el sector BDX = es igualm.te multiplice del BDC

como el arco BCX lo es del BC del mismo

modo se demuestra que el sector FHL es igualm.te

multiplice del FHS como el arco FSKL del

SF: pero si el arco BCX es igual mayor, ó menor

que el FSKL tambien el sector BDX será

mayor, ó menor que el FHL y por que ay quatro

mag. la 1.a es el arco BC la 2.a el FS la 3.a el

sector BDC y la 4.a el FHS y los multip.

de la 1.a y 3.a conig.te mayor ó menor que los de la

2.a y 4.a luego (D.n 5. 5.) será como la 1.a es.

arco BC a la 2.a el FS así la 3.a el sector

BDC a la 4.a el FHS que es lo que &c.

: 33 : 32. Corolario.

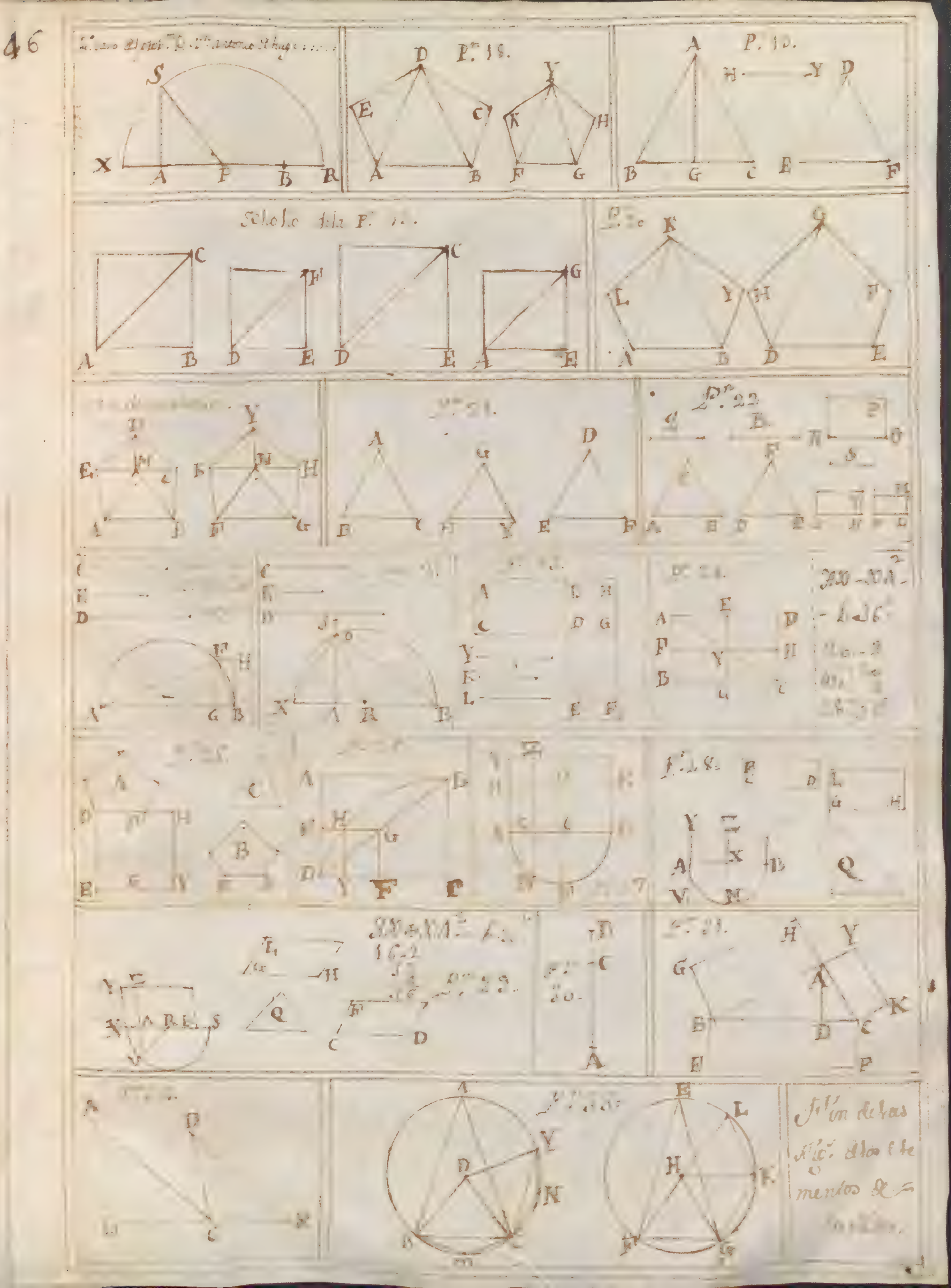
1°: De aquí se sigue que el sector al sector tiene la misma razon que el angulo al angulo porque ambos tienen la misma razon q̃ el arco al arco//

2°... Siguese lo 2°. que como el angulo en el Centro â a. Recto assi el arco corresp.te a dho. angulo a toda la circunfa. y al contrario, que es &c luego. &c.

Fin delos Seis Libros planos del mayor príncipe delas ciencias mathemat.

Euclides. =

Año de 1751.



✠

Argumento 1.º propuesto por el S.r Juan Amaro, al S.r Juan Baena, en el qual pide, que en una Recta sin terminos, por via de Arithmetica, y geometria se den dos medias proporcionales. Y en el 2.º pide, un punto fuera de un ang.lo dado, que tirada por el, y por otro dado en la Recta BC. (F. 2.) una linea corte al otro lado duplo del otro en quien se dio el punto.

Año de

1751.

D[illegible] haciendo una Cole-
[illegible] de Problemas, Geométri-
cos [illegible] al [illegible]
[illegible] que [illegible]
[illegible] propuesto y [illegible]
que se siguen. =

Proposición 1ª

[illegible]
[illegible]
[illegible]

Proposición 2ª

Dado el ángulo ABC y el [illegible]
punto D [illegible]
[illegible] ADE [illegible]
[illegible] ADC [illegible]
[illegible]

[illegible]

A E B D C F Fig. 1.

[illegible] — Preguntas [illegible] la Confirmacion [illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible] por Vicar los

[illegible] que [illegible]

y [illegible] que todos la defensa [illegible]

[illegible]

[illegible] — El segundo Problema [illegible]

[illegible] resolución [illegible]

[illegible] que [illegible]

[illegible] Fr. Lorenzo de Sante [illegible]

[illegible]

[illegible] Al [illegible]

[illegible]

[illegible]

Sevilla y Junio [illegible]

[illegible] Juan Josef Reci[illegible]

[illegible] Enviara [illegible] conocimiento [illegible] las dos aprobaciones [illegible] dos [illegible], [illegible] para que V. [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] y [illegible] al [illegible] por [illegible] Pedro Carrillo [illegible] [illegible] [illegible], [illegible] [illegible] aprobac. [illegible].

[illegible] Juan Baixa

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

la dha Rexa por no se pueden dar dos
lineas en Cada [illegible] Corrientes, y aparte
[illegible] ninguna linea que una Rexa. [illegible]

El dho Problema una Cosa Supone, y otra
pide, ó pregunta. Supone que Separada de
una Rexa determinada Corriente, a los termin[illegible]
y estos dependen por [illegible] [illegible] [illegible]
perpendiculares. = Lo que pide pues

El Dmt. [illegible] y sabido Esto con la con-
dicion [illegible] del Problema [illegible]
[illegible], y por la [illegible] de la Rexa que pueden
dar determinar; La cosa [illegible] dhas q.
dos posibles de [illegible] perpendiculares
Con la Rexa son terminar por que solo se Com-
prueba esto, y possible seria [illegible] que Cuando
[illegible] [illegible] a esta Regla las algunas
Atento que la imposible parece del Problema
Condicion sino que Cada Como el possible.
10. y Cuando [illegible] [illegible]

[illegible] a la Confessión que [illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible]

Dijo [illegible]
[illegible] Católicos [illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible] Campo [illegible]
[illegible]
[illegible] actual [illegible]
[illegible]
[illegible] proporcionadas [illegible]
[illegible] porque [illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible]

Continuas proporcionales. [illegible]

[illegible] y [illegible]

porque [illegible] y [illegible]

[illegible] de la 1.ª [illegible]

de la [illegible] 2.ª y [illegible] de la 3.ª [illegible]

[illegible] que [illegible]

[illegible], [illegible] y [illegible] Continuas [illegible]

[illegible], y [illegible]

[illegible] de [illegible]

[illegible] de la segunda, y [illegible]

[illegible] Continuas [illegible]

Arithmeticas. [illegible] que [illegible]

[illegible]

[illegible] de la 1.ª [illegible]

que [illegible]

[illegible] = = — —

Si alguno dixere que siendo Continuas

proporcionales, [illegible]

[illegible] que [illegible]

proporcionales) [illegible] ven-
[illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible] que [illegible] de-
[illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible] pues [illegible]
[illegible]
[illegible] proporcionales que de [illegible]
[illegible]
[illegible] de [illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible]

[illegible] [illegible] [illegible]. [illegible] de [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible]. [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible], [illegible] que [illegible]

[illegible] [illegible] no habia [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible] [illegible], [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] y [illegible]

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible] que se [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible], [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible]

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible] [illegible]. [illegible] [illegible]

3 de [illegible] 1746 = = = = = = =

Sessⁿ = [illegible] El [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible] [illegible] Compañia de Jesus

Dⁿ Juan Sanchez Fuentes Presbitero Cathedˡᶜᵒ

&

de Mathematicas en el Real Colegio de S.n Thelmo, y

del que ultimamente dà el P.re Pasqual, seguin

así mismo profesor de mathematicas de la Comp.a

de Jesus sobre el problema que pide en una Recta

sin tres. hallar dos medias proporcionales, por

vía de Geometria, y arithmetica en que todos se

conforman ser ymplicatorio, y el que dirigió

al S.ro dar el referido P.e seguin, por el que intenta

probar con diversas opiniones ser possible el

ynfinito actual criado, y que siendolo no es dis-

paratada la pregunta del Problema, ni menos

poder darse en una Recta Infinita lo que se

pide, fundandose en que tomando tres lineas yn

finitas se señale un punto en cada una, y a dicho

punto añadiendole, ò yngiriendole, 8=V.s = à la 1.a

4:= à la 2.a = y 2 = à la 3.a de modo que queden cons-

tituyendo una linea Recta cada ynfinita, con su

addiciones entonzes las tres lineas seràn

continuas proporcionales en razon Geometrica.

y que añadiendole 3 = ala 1.ª 2 = ala 2.ª y 1 = ala 3.ª seran tres Rectas en proporcion Continua Arithmetica de lo qual resultan los reparos siguientes.

1.º ... Por el sentir de Euclides Pithagoras Archimedes y demas principes de la Mathematica, tenemos que tres Rectas estan en continua proporcion Geometrica, quando el Rectangulo de las extremas es ygual al qq.º de la media; y en Arithmetica quando fueren yguales sus diferas. Deuiendose entender esto con lineas terminadas; pues de otras no habla Euclides, ni sus Comentadores, pues no nos dieron Reglas para hallar medios en la de que se trata; ni menos lo ymaginaron, respecto de que para hallarlos en tiempos determinadas terminadas (no a una como se propone, y esta ynfinita) no ha podido el mas elevado Ingenio de tanto, Como se han seguido alos primeros, encontrar su resolucion por donde paresce q. Con solo este Argumento quedava desbanecido el

el segundo dictamen queda el Referido Padre; y aun que siguieramos el sentir de los Referidos authores, en la linea ynfinita se evidencia ser nula la construccion por la siguiente

operac.n ... tenga pues cada ynfinita el numbre z = luego segun la const.n seràn proporcionales = z + 8 = .. z + 4 :: z + 2 = luego (17 = p = 6.º) el Rectangulo z^2 + 10z + 16 = de los extremos serà ygual al qq.do ô Rectangulo z^2 + 8z + 16 = de los medios; esto es un ynfinito qq.m mas 10 = lineas ynfinitas + 16 = varas ∽ a un ynfinito qq.do + 8 = lineas ynfinitas + 16 = varas, luego tendremos que 10 = lineas ynfinitas, son ∽ â 8 = ynfinitas, lo qual no se puede discurrir como ser pueda porque s.pre continuamente estaràn las 10 = ynfinitas excediendo â las 8 = en dos lineas ynfinitas, y esto es magnifiesto. luego &c.

Pero dado caso que se pueda Philosophica mente la equacion de 10 = ynfinitas â 8 = ynfinit. bien

bien que mathematicamente hablando nunca

podra suseder. Seô fuere dho reparo no de menos con

sideracion quel 1.º=

2.º..... Dizese porel dho. P.e que se asigne un p.to

enla recta ynfinita para prolongar dha linea

por aquella; pte. de suerte que aya de quitar au-

mentada cada ynfinita, la 1.ª con 8: la 2.ª con 4=

y la 3.ª con dos, por que careziendo estas de term.s

pordonde se deviera prolongar, (pues desta

manera se hare manifiesta su ymposibili-

dad segun la repeticion que haze Euclides enel 2.º)

se quiere suponer aumentada por aquella seccion

y que queden los dos extremos cambiados enla

ynfinita 8= para cuia practica seria yndis-

pensable que se separase el un extremo dela

recta cortada un espacio de 8= varas queslo

equibalente para acomodar endho, ynterbalo

enla recta que sea de [illegible] de 8= varas para

que quede [illegible] continuada [illegible]mente

en

Con de ynfinita, y como es evidente no puede ser de otra suerte que tirando una de dichas Rectas en otro Espacio; de donde se sigue que lo ynfinito de ella quedará por la otra parte forzosamente quedarse dejando otras de partes mas allá de lo Ynfinito, y se dirá una Cantidad mas grande que la ynfinita, luego la dada no será ynfinita, pero lo es por suposicion luego no se puede añadir cosa alguna a lo ynfinito, luego de las tres Rectas no son continuas de proporcion. En supuesto de lo añadido a las tres ynfinitas no pudiendose añadir cosa alguna como esta demostrado a la Infinita Suavidencia no son por esta parte Continuas proporcionales Geometricas ni Arithmeticas luego &c.ª =

– Es quanto se ofrece por aora responder sobre el expresado asumpto quedando siempre obligado a sujetarme al dictamen de lo Demostrativo Mathematicamente la pericion de poder darse solucion.

al zitado Problema aquella y juicio d: el 1716:

Itrosi: neo q̃ue otro Exp.^xo nomeror quelos Exp.^{os}

el qual es, el que diciendo el modo demonstrativo

quelos mathematicos han dado ala solucion

deun problema es probar por Equaciones, o simi-

litudes, de Magnitudes, o Razones, luego si enla de-

monstracion deun Problema se encuentra una

Quantidad Razon, o Figura que es ygual y desig.

semejante, y desemejante con otra magnitud del

mismo Genero aun mismo tp.^o se concluye

dar en un absurdo, y por consig.^{te} queda pro

vado el no haver dado la resolucion; dieme

jante Proporcion hasta la hora presente note

han dado lugar los authores enlas mathem.^{as}

De lo que se infiere que si las lineas yn

finitas son yguales por lo ynfinito que tienen,

y desiguales por lo ynfinito que se le añade, ni

se percibe como puede ser esto hablando mathem.^{ca}m.^{te} Si

tambien el darle el sentido que entendier.

El

Del 3.ro Problema se haya de entender que las dos medias que piden ayan de formar una continua proporcion con la Reta que asigna. Esto se niega por que no haviendo signo que explique el que la yntencion de su propuesta es en este sentido, no queda resuelto segun es la ynt.n de su preg.ta por q. pudiendo ser su ynt.n el hallar dos med.s prop.s cuia suma sea la dha Inf.ta ô el señalar en la Infinita dos medias Geomet. â dos extremas que todos quatro terminos, sean determinados, ô que los dhos medios no sean en continua prop.n con q. no sabiendo la yntenc.n de su preg.ta qualesquiera respuesta (suponiendo el que sean possibles) no satisfacen â su pregunta por q. preg.ta por una yntencion, y responden por otra luego se dize de qualq.r modo que no se le ha respondido al dho Problema por que aviendo variedad se aplicarâ cada uno â lo que quisiere. = Y â demas de lo dho se tira de as.

advertir, que lo que pide en el problema es, que en una recta dada infinita se den dos medias proporcionales, y se entra suponiendo tres rectas infinitas para su resolución, con que al principio bamos contra lo supuesto, y la intención del que propone.

Fin.

de el argumento.

✠

Libro de Geometria Tratado de Triangulos, y Trapecios &c.

Compuesto por el Señor.=
Juan Baena, medidor
de tierras,
en esta ciudad de
Sevilla.~~

Copiado por Joseph Moreno
Discipulo del S.r D.n Juan Sanchez
Reciente, q. en el R.l colegio
del S.r S.n Thelmo, es maestro de mathematicas.

~~~
~~~

Año
de
1751.=

TRATADO DE GEOMETRIA.

Libro. 5.

Proposicion 1.

Dado el triangulo Rectangulo ABC: el Rectan-gulo AĈB = 60: el lado AC + BC = 18: Pidese cada lado.

Prolonguese AC: asta D. y haciendo centro en C: con la distancia CB: descrivase el semicirculo DBE. y porque (15. D. 1.) CB = CE: quedarà AE = 8: diferencia de AC: y BC: ò CD: y (5. 2.) el rectangulo DCA + 16 = quadrado el intermedio = 81: quadrado de la mitad de AD. luego AD = 18: pero AE = 8: luego ED = 10: pero luego 10 = 2 BC: luego BC = 5: luego el rectangulo DAE = 144: pero este Rectangulo es = al quadrado de AB (36. 3.) luego AB = à la raiz quadrada de 144 = que es 12 = y la AC = 13 = que es lo que se havia de hacer.

Pro

✠

Proposición 2.

Dar el triangulo rectangulo ABC = el rectang.o ~~ACB~~ = ~ 65 = y ACB + BCB = ~ 90 = Pidense los lados.

siendo el Rectangulo ACB ~ 65.

Luego (3. p. 2.) ACB = + BCB = ~ al ~~BC~~ AC + ~~BC~~ en BC = ~ 90 = pero ACB ~ 65 = luego (1. p. 6.) ACB + BCB = al ACB = tiene la razon de 90 = á 65 = y esta es la razon de las vases, luego seràn prop.s como 90 = á = 65 = assi AC = + BC = á = AC = y partiendo los 1.os entre 5. seràn, como 18 = á = 13 = assi ACB = + BC = á = AC = y dividiendo serà: como 5 = á = 13 = assi BC = á = AC = luego (16. p. 6.) 5 = AC = ~ 13 = BC = luego AC ~ $\frac{13 = BC}{5}$ = luego $\frac{18 = BCB}{5}$ + BCB ~ 90 = luego 18 = BCB ~ 450 = luego BCB ~ 25. Con que BC ~ 5 = y 90 ~ 25 ~ 65 = luego AC ~ 13.

Propocisⁿ 3.

Dar el triangulo Rectangulo ABC cuya base AC ~ 13 = la perpendicular BD = Causa los segm.s AD = DC = el AD = exeede al DC = en $\frac{9}{2}$ = y $\frac{2}{13}$ = pidense los lados =

Cortese AC por medio en M y por quanto (5. p. 2.) el Retangulo ADC + DMD ~ AMA luego si de AMA se quita DMD quedara el retangulo ADC ~ AMA menos DMD luego si dela mitad de AC se quita la mitad dela difa. de 9 y $\frac{2}{13}$ resultara DC y DB ~ ala media entre AD y DC y BC media entre AC y CD con que se hallara BC ~ 5 y AB ~ 12 Dessuerte que basta de 6 y $\frac{1}{2}$ quitar la mitad dela difa. quedara CD y entre CA y CD sacar la media BC sin mas artificio.

Proposicion 4.

Dado el triangulo retangulo ABC AB ~ 12 el lado del qq.do inscrito dentro ~ 3 $\frac{9}{17}$ hallese BC.

Ynscrivase el qq.do BDDE seran los triangulos ADE ABC equiangulos, y (4. p. 6) seran proporc. AD à DE como AB à BC y (18. p. 5.) sera como AD + DE à DE assi AB + BC à BC pero DE

es ~ DB = (29. p. 1.) luego AB = â = DE = como AB + BC = â = BC = luego a las tres rectas dadas AB + BC = y BC = y AB = hallese la quarta proporcional, que será DE. ...

A la qual se inscrive el qd.° no-ra, porque son ples. AB = + BC â BC = como AB = â DE = .es en (17. p. 5) ples. AD = â DB = como AB = â = BC = hallese (12. p. 6) a las tres AD = DB = AB = la quarta prcal. que será BC ~ 5: luego BC ...

Proposición 5

Dado el triangulo rectangulo ABC = el lado AC + BC ~ 18 △ AB ~ BC ~ 7 = pidense los lados = - - - - - - - - - - - - - - - - - - -

Sea BC + 7 ~ AB = y 18 ~ BC ~ AC. luego corte.

CX = ~ BC. será AX ~ 18 ~ 2 = BC = y multiplicando 18 = por 18 ~ 2 = BC será 324 ~ 36 = BC ~ BCB + 14 = BC = + 49 (36. p. 3.) y 275 ~ BCB = + 50 = BC = y (6. p. 2.) se hallará BC ~ 5 = AB ~ 12 = y = AC ~ 13. por que

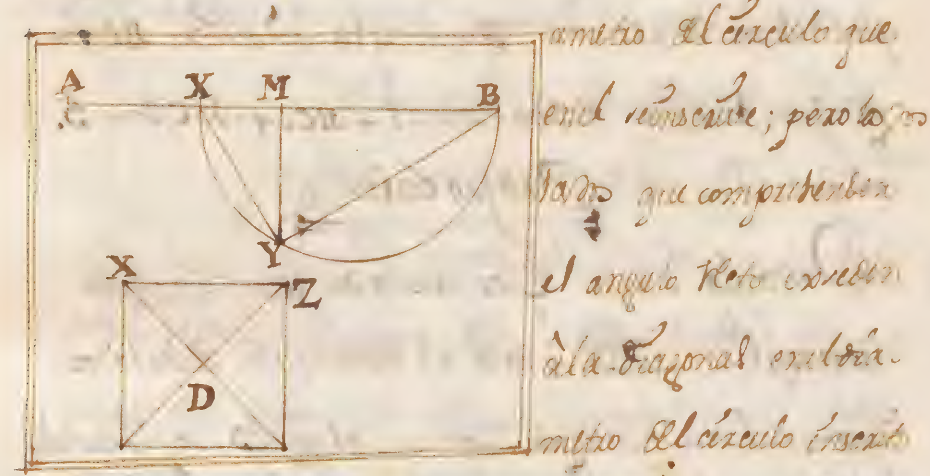
50 = se dividiò en dos ptes. iguales q. se le añade BC = luego (6. p. 2.) serà BCB. + 50 BC + 625. esto es 900 = al qq.to que se haga de 25 = como de una, y la añadida = BC: luego 30 = la raiz de 900: = 25 + BC = y = BC = 5.

Propocision 6.

Dada la suma de los tres lados de un triangulo rectangulo = AB = y dado el rectangulo de los lados que contienen el angulo recto = al qq.do D. sepidan los lados.

Por quanto el rectangulo de los lados del angulo recto = al qq.do D = serà (41. p. 1) el qq.do D = 2 ptes. de la area del triangulo, cuyos tres lados son iguales à AB = luego las diagonales en el qq.do D = y serà el qq.do DXD = ó DZD = mitad del qq.do XZD = al dado D = luego dicho el qq.do DXD = à la mitad del rectangulo de los lados = al triangulo que se busca; pero el area de este triangulo es = al rectangulo contenido de la mitad de los tres lados, y del semidiametro del que en el se inscribe; con cuyo supuesto (14. p. 6.) seràn ptes. como la mi-

mitad de los tres lados, à la MY = igual su qq.do a la area del dho triangulo, assi MY = à MX = que serà semidi-



ametro del circulo que en el se inscrive; pero los dos lados que comprehenden el angulo recto exceden à la diagonal en el dia-metro del circulo inscrito luego quitado el semidiametro XM = de MA = quedarà AX = igual a la diagonal, luego XB = es igual a los dos lados del angulo recto, con que dividiendo XB = en dos partes que su rectangulo sea igual al qq.do de XD = queda resuelto el problema. En numeros.

Sea el rectangulo de los lados del angulo recto igual 60 y los tres lados suman 30 = de 30 = sa quese la mitad que es 15 = tomanse estos 30 = igual a la area del dho triang.o partase entre 15 = y les cabe à 2 = que es igual al semidiam.o del circulo inscrito, y juntamente igual a la semidiferencia de

de los lados con la diagonal, luego quitando =: 8 15 = que
es semisuma de los tres lados, queda 13 = igual a la dia-
gonal, y 17 = por los 2 lados, cuya mitad 8½ = qq.do son 72¼
de quien restando 60 = rectangulo de los lados queda 12¼
cuya raiz qq.da 3½ = añadida a 8½ = es 12 = prueba del un
lado, y quedan 5 = por valor del otro, todo lo qual in-
[illegible] este into Elem. decimo.

Proposicion 7.

Dado el triangulo rectangulo ABC = en que ABA + BCB = 119 = AC = 13 = pidense los demas lados.

ACA = 169 = y (47. p. 1.) ACA = ABA + BCB = pero BCB = + 119 = ABA = luego ACA = 2 = BCB = + 119 = luego 169 = 2 BCB + 119 = (1. ax.) y 50 = 2 = BCB = (3. ax.) luego BCB = 25 = y BC = 5 = luego ~~AB = a BA~~

A 7
B C

Proposicion 8.

Dado ABC = rectangulo en B = la AC = 91 = la AB = a BC = como 12 = a 5 = pidese los lados =

Por ser (47. p. 1.) ABA = + BCB = ACA = y ~~ABA~~
a

à BCB = tiene (20. p. 6.) la razon duplicada de AB = à BC = luego hallando (11. p. 6.) à 12 = y = 5 = tercera con que se expresa la razon, una tercera proporcional que será $\frac{25}{12}$ = será pues ABA = à BCB = como 12 = à $\frac{25}{12}$ = y componiendo (18. p. 5) será como ABA + BCB = à BCB = assi 12 + $\frac{25}{12}$ = à $\frac{25}{12}$ = pero ABA + BCB = es ~ ACA = (47. p. 1.) luego (12. p. 6.) à las tres magnitudes 12 + $\frac{25}{12}$ = à $\frac{25}{12}$ = y à ACA ~ al quadrado 301 = hallese una 4.ª proporcional la qual es BCB = y su raiz es BC = &c.ª

A
B
C

Propoc.n 9.

Dado el triangulo Rectangulo ABC = en que ACA + BCB = ~ 194 = y los quadrados de AC = BC ~ 324 = pide &c.ª

Prolonguese AC = asia X = cortese CX ~ CB. (3. p. 1) y será por sup.n AXA ~ 324 = y los quadrados ACA + BCB ~ 194 = pero (4. p. 2) ACA + XCX + 2 = ACX ~ AXA = luego será ACA = + XCX = + 2 = ACX = ~ 324 = pero ACA + XCX ~ 194 = luego (3. ax. 1) 2 = ACX ~ 130 = y ACX ~ 65 = pero la suma de dos quadrados son ~ 194 = y es 65 = el-

el Rectangulo de las partes AC = CB = luego seràn ples. ACA = à = 65 = como BCB ( ) hallense dos qq. reciprocos à 65 = cuya suma sea = à ACA + BCB = que son = à 194 = y se hallarà ACA = 169 = BCB = 25 = cuyas Raizes 13 = y = 5 = son = AC = y = BC = y (47. p. 1.) AB = 12 =

A B C X

Proposicion 10.

Dado el triangulo Rectangulo ABC = en que el qq.do de la diferencia de AB = y = BC = junto con el qq.do de AC = y = BC = = 113 = el Rectangulo de las dhas. diferencias = 56. la AC = AB = mas el qq.do de AC = AB + el qq.do [illegible] = BC es igual à 50 : pid.e [illegible]

Cortese B.H = BC = y = CR = BC = y serà por supocision A.H.A = + A.R.A = 113 = el Rectangulo H.A.R. = 56 = luego seràn ples. (1. p. 16 = y = 11. p. 5.) ARA = 56 = y = AHA = (17. p. 6.) ARA = AHA = 3136 = luego se hallaràn dos qq. reciprocos à 56 = cuya suma sea = 113 = y se hallarà, que restando de 3192 = 1/4 qq.do de la suma

de 113 = el qq.do de 56 = queda $56\frac{1}{4}$ = cuia raiz qq.da $7\frac{1}{2}$ = aña-
dida, y restada, à la mitad de 113 = da 64 = y = 49 = cuyas raizes 8 = y = 7 = son las ptes. AM = AM = pero siendo el qq.do AMA = con el qq.do de AC + AB = 50 = y siendo AMA = 49 = será el de AC + AB = 1 = que quitado de AC = 13 = queda 12 = AB = luego BC = 5 = &c.a

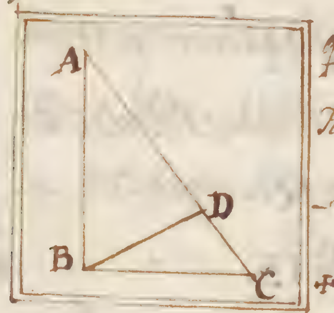
Proposición 11.

Dado el triangulo Rectangulo ABC = la perpend.r BD = al angulo recto sobre AC = es = $4\frac{8}{13}$ = el qq.do DC ~~D~~ AB + = $147\frac{118}{169}$ = Pidense los lados = =

Quadrese $4\frac{8}{13}$ = cuyo qq.do es $\frac{3600}{169}$ = y por que (8.p.6.) es BD = media prop.al = entre AD = y = DC = luego será el Rectangulo CDA = $\frac{3600}{169}$ = y su 2plo. $\frac{7200}{169}$ = sumado con el 2plo. de $147 + \frac{118}{169}$ = que es $294 + \frac{236}{169}$ = montan 338 = cuya mitad es 169 = ACA = cuya raiz 13 = AC = hagase de 13 = dos partes, cuyo Rectangulo sea = $\frac{3600}{169}$ quedaran $1 = y \frac{12}{13}$ = CD = y $11\frac{1}{13}$ = DA = 11 = siendo

por

por sup.^{n} ADA = + CDC ∾ (A) + $\frac{118}{169}$ = seran tambien los



qq.^{s} ADA + BCB ∾ (A) + $\frac{118}{169}$: luego ADA + CDC ∾ ADA + BCB : pero ACA = ∾ ADA + CDC + 2 = ADC = luego 2. ADA + 2 = CDC ∾ â 2 = ADA + 2 = CBC = aña-dase 2 = ADC = y serà 2 = ADA = + 2 = CDC = + 2 = ADC ∾ â 2. ADA + 2. BCB + 2. ADC para 2. ADC ∾ 2. DBD luego 2. ADA = + 2 = BCB + 2 BDB ∾ 2. ADA + 2. CDC + 2. BDB = pero 2 = ADA + 2. BDB ∾ 2. ABA = (A). p. 1.) luego serà 2. ABA + 2. BCB ∾ 2. ADA + 2. CDC + 2 = BDB = pero 2. ABA + 2 = BCB ∾ 2 = ACA = luego 2. ACA ∾ 2. ADA + 2. CDC + 2 = DBD = y ACA ∾ ADA + CDC + DBD = luego la suma dha ∾ ACA = luego &c.

Proposicion 12.

Dado el triangulo rectangulo ABC = el qq.^{do} de AB + BC ∾ 289 : la AC ∾ 13 : pidense los demas lados.

Por ser (A. p. 2.) el qq.^{do} de AB + BC ∾ ABA + BCB + 2. ABC = y (A). p.^{s}) ABA + BCB ∾ ACA = sera 169 -

y por sup.ⁿ ABA = ⊞ BCB = ⊞ 2. ABC ∽ 289 : luego (3. ax.)
2. ABC ∽ 120 ; y ABC ∽ 60 . luego haciendo de 17 = 289 / 1
partes, que su producto sea ∽ à 60 : dará el Valor de

los lados AB = BC =

Proposicion 13.

Dado el triangulo Rectangulo ABC
en que ABC ∽ 60 = ACB ∽ 65 = BAC ∽ 156 p. &c.

Por ser (1. p. 6.) ABC = â ACB =
como AB = â AC = ó como 60 = â 65 = assi
AB = â AC = y (22. p. 5.) es como 60 = â
156 = assi BC = â AC = y (16. p. 6.) es 60 =
AC ∽ 156 = BC = y siendo como 65 =
â 60 = assi AC = â AB = será (16. p. 6) 65 = AB ∽ 156 = BC
y AB ∽ 2 2/5 = BC = y (47. p. 1.) BCB ⊞ 144 = BCB / 25 = ∽ ACA
mas AC ∽ 156 = BC / 60 = ∽ 13 = BC / 5 = Luego BCB ⊞ 144 = BCB / 25
∽ 169 = BCB / 25 con que sale 169 = BCB ∽ 169/1 BCB = y sien-
do como 5 = â 12 = assi BC = â AB = y ABC ∽ 60 = será
5 = y = 12 = ∽ â BC = y AB = pero 5 = â B ∽ 12 = BC = y
AB =

$AB = \frac{12\,BC}{5}$: luego $\frac{144\,BCB}{25} = \hat{a}\ BCB$: tiene la razon, que $\frac{144\,BCB}{25} = \hat{a}\ 60$: luego $\frac{144\,BCB^{q}}{25} =$ 3600: luego $\frac{12\,BC}{5} = 60$ = y $12\,BC = 300$: y BC^{a} $= 25$. luego $BC = 5$: Ho.a

Proposición 14

Dado el triangulo Rectangulo ABC: en que $ABA - BCB = 7$: y $AB + BC - AC = 2$: Pide. Ha.

Por ser $ACA = ABA + BCB$. (47. p. 1.) y por sup.n $BCB + 7 = ABA$: luego será $ACA = 2\,BCB + 7$: y (3. ax.) $ACA - 7 = 2\,BCB$: y $BCB = \frac{ACA - 7}{2}$ = y $BC = Ru\ \frac{ACA - 7}{2}$ y por consiguiente será $AB = Ru\ \frac{ACA + 7}{2}$: Mas es por sup.n $AC + 2 = AB + BC$: luego (1. ax.) será $AC + 2 = Ru\ \frac{ACA - 7}{2} + Ru\ \frac{ACA + 7}{2}$ pero es (4. p. 2.) el qq.do de $AC + 2 = ACA + 4\,AC + 4$: el qual será = al qq.do de $Ru\ \frac{ACA - 7}{2} + Ru\ \frac{ACA + 7}{2}$ = que es el lado $= AC + 2$: pero dho. qq.do es igual a los de las ptes. que son el 1.º $\frac{ACA - 7}{2}$ = el 2.º $\frac{ACA + 7}{2}$ = que son $\frac{2\,ACA}{2} = \hat{a}\ ACA$, y mas â dos Re-

Rectangulos de las partes. de Ru $\frac{ACA \dashv 9}{2}$ = y Ru $\frac{ACA + 9}{2}$
cuyo Rectangulo es (quitado el signo radical) lo pro-
ducido de $\frac{ACA \dashv 9}{2}$ = por $\frac{ACA + 9}{2}$ = que será $\frac{AC^4 \dashv 49}{4}$
a lo que ante puesto el signo de Ru será Ru $\frac{AC^4 \dashv 49}{4}$
y por que han de ser dos Rectang.^s será Ru $\frac{4AC^4}{4}$
$\dashv \frac{196}{4}$ ~ a los dos Rectang.^s Estoces Ru $AC^4 \dashv 49$
~ 2ABC = luego ACA = suma de ABA = con BCB
+ Ru $AC^4 \dashv 49$ ~ AC^2 + 4 = AC + 4 = y quitando AC^2
de cada pte. quedará Ru $AC^4 \dashv 49$ ~ 4AC + 4 = y
(46. p. 1) sus qq.^s serán iq.^s luego $AC^4 \dashv 49$ ~ $16AC^2$ +
32AC + 16 = luego AC^4 ~ $16AC^2$ + 32 = AC + 65 = que
Resolviendo esta igualacion de ecuacion directa
substituyase un numero; supongo fue 10; su qq.^do es
100 = su cubo es 1000 = su qq.^do qq.^do es 10000 ~ . AC^4 =
$16AC^2$ ~ 1600 = 32AC ~ 320 = + 65 = sale 10000 = ~
1985 = luego fue mayor. tomese su mitad, que es
5 = su qq.^do sale 25 = su cubo 125 = su qq.^do qq.^do es 625 =
lo que es ~ 400 + 160 + 65 ~ $16AC^2$ + 32AC + 65
lue-

luego 5 = AC = y porque AC + 2 = AB + BC = serán

AB + BC = 7 = pero AB = Vu

$\frac{AC + 10}{2}$ será = V. 16 = y BC =

Vu $\frac{AC + 2}{2}$ = será = V. 3 = sino

ehuviera ajustado la mitad 5 =

se tomara un medio entre 10 = y = 5 =

que se substituira en lugar de AC = y con dicho orden

se prosederia hasta encontrar un numero, que substituido en lugar de AC = ajuste la equacion &c.ª

Proposicion 15.

Dado el triangulo rectangulo ABC = AC + AB

= 1 = AC + BC = 8 = AB + BC = 7 = Pidese &c.ª =

Haciendo centro en C = con la dist.ª CB = describase el semicirculo BD = prolonguese AC hasta D =

y serán CD = CE = ig.s y el rectangulo DAE = ABA =

(36. p. 3.) pero DAE (3. p. 2) es = DEA + EAE = luego

ABA (1. ax.) = DEA + EAE = pero ABA es (4. p. 2)

= BCB + 14 BC + 49 = y DEA + EAE = 16 BC + 64

lue-

luego, BCB + 10 BC + 49 ∼ 16 = BC + 64 y (3. ax.)

BCB ∼ 2 = BC + 15 = Hagase (46. p. 1.) de BC el qq.

BY = cortese YZ = ∼ 2 = y

sera BZ ∼ 15 = dividase ZX =

por medio en O = y (6. p. 2.)

el Rectangulo YC = de la YZ

con la añadida XZ, con la

añadida ZX = y mas el qq.

de ZO ∼ al qq. de OX = me-

tad, y añadida, por que siendo BZ ∼ 15 = ∼ el

Rectangulo de YX = en XZ = añadida, pero MY ∼ a

YX. luego CM ∼ XZ = (3. ax.) pero SM ∼ SN

(36. p. 1.) y SN ∼ RQ = (43. p. 1.) luego RQ ∼ S.M. lue-

go el qq. do QS. Gnomon FQBSM ∼ BM ∼ BC

∼ YXZ = Rectangulo de YX = en la añadida XZ =

juntese al dho. gnomon el qq. do RK = hecho de la

mitad, y resultara el qq. do BK = pero el gnomo-

n ∼ 15 = y el qq. do RK ∼ 4 = luego todo KB ∼ 16 =

su lado 2K = A = XD: con que siendo . XY = 21.
será XY = 5 = lado menor del triángulo &c.

Proposición 16.

Dase el triángulo rectángulo ABC = en que AB + BC = 17 = AB + AC = 25 = AC + BC = 18. &c.

Sea DG = á los tres lados del triángulo. DE = AB = EF = BC = FG = AC = luego por proposición DF = 17 = EG = 18 = quítese de EG la DF ó quítese la común EF que

A
B
C
D
E
F
G

será FG mayor que DE = en 1 = si de DE + FG = 25 se quita DE = y de DF = 17 se quita la misma DE = resultará EF + 8 = FG = quitando de DE + FG = 25 la FG = y de EG = 18 la FG = resultará ED = mayor que EF = en 7 = luego EF + 7 = DE = luego será EF + 7 = DE = y también EF + 8 = AC = ó = á FG = luego 2 = EF + 15 =

AC

AC . ó FG + DC . pero FG + DC = AC + AB = 25

luego 2 : EA + 15 = 25 = 2 : EA = 10 = luego EA = 5 =

= BC . =

otro modo.

AB + BC = 17 = AB + AC = 25 = AC + BC = 18

Luego 2 AB + 2 BC + 2 AC = 60 - luego AB

+ BC + AC = 30 : luego BC + BC + 7 + BC + 8 : ó

= 30 luego 3 BC = 15 - luego BC = 5 = ...

Proposición 12.

Dado el triángulo ABC en que AC + BC

= 18 = AC − BC = 8 = se piden los lados = .

Hágase centro en C = y con el intervalo de CA

descríbase el semicírculo DABX = Súmese una

AC + BC = con AC − BC = y será 2 AC = 26 = luego

AC = 13 = y AC − 8 = 5 = BC = y (36 p. 3.) es AB²

= 144 = su raíz 12 = AB =

otro modo.

Réstese AC − BC . de AC + BC

y quedará 2 BC = 10 = luego

BC

BC = 5: y raiz qq.[da] de BAD = AB: q. es 12 [illegible]

Proposición 18.

Dado el triangulo rectangulo ABC = en B: y desde B: tirada la perpend.[r] BD = 12: y dado el rectangulo BAD = 320: y el rectangulo BCD = 135: &c.

BAD : á : ADC : (1.p.6.) [illegible] BA á DC: pero BAD por sup.[n] = 320: y ADC (8.p.6.) = BDB = 144: luego es como 320 : á : 144 : asi AD á DC: y abreviando los terminos de la razon seria: como 20 : á : 9 : asi AD : á : DC: Pero es (1.p.6.) ADC : á : BCD : como AD : á : BC: esto es, como BDB = 144 : á (8.p.6.) BCD = 135 : asi AD : á : BC: luego componien. como 144 : á : 135 : asi AD : á : BC: y abreviando los terminos [illegible]: como 16 : á : 15 : asi AD : á : BC: y siendo (8.p.6.) CD : BD : DA : continuas proporcionales. seria (20.p.6.) BDB : á : ADA : como CD : á : AD: y (16.p.6.) 144 : AD = ADA : CD: y dividiendo por [illegible] = 144 = ADC: y AD = $\frac{144}{DC}$: pero DC = 9: luego AD

AD ∼ 16 = Mas por que el qq.^{do} BDB = al ADA = tie-
ne al ADA = tiene la razon de DC = â = DA = y DC = â = DA =
se ha demonstrado, como 9 = â = 16 = luego BDB = â ADA
es como 9 = â = 16 = Y siendo BDB =
por sup.^{n} ∼ 144 = será como 9 = â = 16
assi 144 = al qq.^{do} prod. q. (12. p. 6.)
será 256 = cuya raiz 16 = AD = y DC ∼ 9 = luego 60.^{do}

Proposicion 19

Dado el triangulo rectangulo ABC = BAB ∼ BCB ∼ 63 = el rectang.^{lo} ABC ∼ 108 = &c.

Por ser (1. p. 6) ABA = â BCB = como AB = â BC
y ABC = â BCB = como AB = â BC = luego (11. p. 5.) ABA
â ABC = es como ABC = â BCB = y (17. p. 6) será el qq.^{do}
de ABC ∼ ABA = BCB = luego 1166 = ∼ ABA = BCB = luego
se hallarán dos qq.^{dos} ABA = y BCB = cuya diferencia sea
63 = reciproco â 108 = y se hallarán 144 = y = 81 = cuyas
raizes 12 = y = 9 = son los lados AB = y BC esto es 12 =
vale AB = y = 9 = BC = quesito. = luego &c.

Proposicion 20.

Dado el triangulo Rectangulo ABC: y desde B: tirada la BZ: corta el segto. CZ ∼ 5 1/5: y el ZA ∼ 3 4/5: y ZB: es perpendicular â la AC &c.

Por ser (8.p.6) como AC: â: ABC: assi BC: â CZ: luego (16.p.6.) ACZ ∼ BCB: pero ACZ: ∼ 81: luego BCB ∼ 81: cuya raiz 9: (es ∼ BC. (8.p.6)

Proposicion 21.

Dado el triangulo Rectangulo ABC: el Rectang. ABC ∼ 108: y: BZ ∼ 7: 1/5 &c.

Es por supon. ABC ∼ 108: ∼ AC: BZ (1A.p.6.) por que siendo (8.p.6.) los triang. ABC: BCZ: semej. serà: (4.p.6) los lados AC: BA: como BC: â: BZ y (16.p.6.) serà AC: BZ: Rec.o extremos ∼ ABC Rec.o medios: luego son prop.les 7 1/5: â: 108: como 1: â AC: luego (12.p.6.) à los tres dados challe se la 4.a prop.l

pñal. que serà 15 ~ AC: dividase 15: en dos partes recíprocas â $9\frac{1}{5}$: que serán ZC ~ $5\frac{4}{5}$: AZ ~ $9\frac{1}{5}$. Y pero

AC: y CZ: saquese la media pñal. (13. p. 6.) luego (8. p. 6.) serà ~ BC: y (17. p. 5.) se obtiene la AB: Digamos que serán ples. como AC: â BA: así BC: â BZ: y (16. p. 6.) $9\frac{1}{5}$ AC ~ 108: y: 36 AC ~ 540: y AC ~ $\frac{540}{36}$

luego AC ~ 15: q. es &c.

Proposición 22.

Dado el triangulo Rectangulo ABC. AB ~ 12

ZC ~ $5\frac{2}{5}$: y BZ + BC ~ $16\frac{1}{5}$: Pídese &c.

Por la similitud de los triang. ABZ: BZC: serán ples. como se sigue como AB: â AZ: así BC: â BZ: y también serán ples. como AZ: â ZB: así ZB: â ZC: y (22 p. 5) serà como AB: â ZB: así BC: â ZC: pero AB ~ 12: y ZC ~ $5\frac{2}{5}$: y ZB + ZC ~ $16\frac{1}{5}$ luego.

luego se hallaràn dos terminos reciprocos à todos $12 = 9 \frac{?}{} 5\frac{?}{5}$ = cuya suma delos dichos sea $16\frac{1}{5}$ = y sera $\times 8 = 42\frac{1}{5}$

Proposicion 23.

Dado el triangulo rectangulo ABC = BZ ~ $7\frac{1}{5}$ ~ AZ ~ ZC ~ $4\frac{1}{5}$ = y BZ = perpendicular sobre AC:

Cortese ZX ~ ZC. (3. p. 1.) tirese DX. (1. p.[20]) y serà AZC ~ BZB. (4. p. 6.) pero es por construccion ZX ~ ZC = luego (1. p. 6.) AZX ~ AZC. y (3. p. 2.) AZX = ~ AXZ + XZX: pero por sup.[n] AX ~ $4\frac{1}{5}$ = luego serà $4\frac{1}{5}$ = XZ + XZX ~ AZC = pero AZC = està demostrado ~ BZB = luego serà $4\frac{1}{5}$ XZ + XZX ~ BZB = pero BZB = ~ $\frac{1296}{25}$ = luego serà $4\frac{1}{5}$ XZ + XZX ~ $\frac{1296}{25}$ = y resulta esta equacion (6. p. 2.) sehallarà $\frac{54}{10}$ = ~ XZ ~ ZC = à quien añadiendo AX = se sabrà AZ = y lo demas, (47. p. 1.) BC ~ 9 = quod erat faciendum = =

Proposicion 24.

Dado el triangulo rectangulo ABC = la perp.[e] BZ ~ $7\frac{1}{5}$ los qq. AZA + ABA ~ $236\frac{4}{25}$ = y los ZCZ + BCB ~ $110\frac{4}{25}$ = Se[a]

Por

Por ser (47. p. 1.) $ACA \sim ABA + BCB =$ y (4. p. 2.) es

$ACA \sim AZA + ZCZ + 2 : AZC =$ Pero $AZC \sim BZB$

(8. p. 6) luego $ACA \sim AZA + ZCZ + 2 : BZB =$ (1. ax.)

pero $ACA \sim AZA + CZC + 2 : BZB =$ que es $\sim ABA + BCB$

A

Z

B C

(47. p. 1.) luego $2\ ACA \sim ABA + BCB +$

$AZA + CZC + 2\ BZB =$ pero $AZA +$

$ABA \sim 236\frac{4}{25} =$ y $ZCZ + BCB \sim 110\frac{4}{25}$

luego $AZA + ABA + ZCZ + BCB \sim 346\frac{8}{25} =$ luego será

$2 : ACA \sim 346\frac{8}{25} + 2\ BZB =$ y $BZB \sim 51\frac{21}{25} =$ luego $2\ ACA$

$\sim 450 =$ y $ACA \sim 225 =$ luego su raíz $15 \sim AC =$ y

pues (8. p. 6.) y con[...]nals. ~~como~~ AZ â $= ZB = ZC =$ hag.^e

de $AC =$ dos ptes. reciprocas â $ZB =$ que son $9\frac{3}{5} =$ y $= 5\frac{2}{5}$ -

y (8. p. 6) se hallarà $BC \sim 9 = AB \sim 12 =$ que es Vo.^a = = =

Propocision 25.

Dado el triangulo Rectangulo, $ABC =$ el Rectangu-

lo $BAC \sim 20 =$ y $BC \sim 3 =$ pídese Vo.^a

Son ptes. BAB â $BAC =$ como AB â $AC =$ (1. p. 6.) y tam-

la misma $BAC =$ â $= ACA =$ como BA $=$ â $= AC =$ y $=$ (11. p. 2.)

son p̂les. como BAB = â = BAC = assi BAC = â = ACA pe-
ro ACA es (47. p. 1.) ~ ABA + 9. son continuos luego
(17. p. 6) ABA = ABA + 9 = ABA ~ 400. y
(6. p. 2.) Resolviendo esta igualacion sera
BA ~ 4 : y AC : ~ 5 = q. es dd. : : : : :

Proposicion 26

Dado el triangulo Rectangulo ABC = la perpª
BZ = sobre AC = corta los segos CZ : ZA : y el qº
AZA : excede al CZC : en 63 : el lado
AB ~ 12 : pidese Rª.

Porque (47. p. 1.) ABA ~ AZA + BZB = porque se
comun el CZC : y sera ABA + CZC ~ AZA + BZB
+ CZC = y por que (47. p. 1) BCB ~ CZC + BCB = pong.
comun AZA = luego BCB + AZA ~ CZC + BZB +
AZA = luego (1. ax.) ABA + CZC ~ BCB + AZA
pero AZA ~ CZC + 63 : y junto con
BCB = sera CZC + 63 + BCB ~ à
ABA + CZC = quitese ZC : y sera à 63
+ ACA ~ ABA ~ 144 = quitado
63 :

63 = serà BCB = ~ 81 = cuia Raiz 9 ~ BC. = Y si serà AZA ~ CZC ~ 63 = y BC ~ 9 = serà CZC + 63 + 81 ~ CZC ~ 144 ~ ABA = y quitando CZC de cada pte. resulta ABA ~ 144 = cuya Raiz 12 ~ AB = q̃ era lo q̃ se ...

Proposición 22

Pidese un triángulo Rectangulo, q̃ sus tres lados sean ig.s à 60 = (Fig. 12)

Este Problema es indeterminado porquanto no señala razon alguna entre sus lados, y assi en supuesto elijase, ò cuese un triángulo racional Rectangulo, como el de 3 = 4 = y = 5 = ò otro cuyos lados tengan otra razon. Supongase ser ABC = cuyos lados son AC ~ 4 = CB ~ 3 = y BA ~ 5 = prolongase AF ~ à dhos. tres lados, y sea CE ~ à BA = FE ~ BC = y (10. p. 6) se dividan los 60 = en los tres lados del triángulo en la misma razon de AC = CE = EF = q̃ son AZ = ZY = YX = y por q̃to. por const.n es AC = à CE = como AZ = à = ZY = luego (22. p. 5) serà ACA = à CEC = como AZA = à ZYZ = y por la misma FEF = à ECE

es como XYX = à ZZY = luego (2. p. 5.) ACA ± ... C. 1.ª comp.ta

ele 1.ª y 5.ª es à CCC. 2.ª como AZA ± XYX: comp.te C

la 3.ª y 6.ª a la 4.ª ZYZ = luego son p.tes. ACA + ACA:

à CCC: como AZA ± XYX = à ZYZ: y: (14. p. 5.) AZA ±

XYX ∼ ZYZ = quies lo que se pide. &c.

Proposición 28.

Dados los dos triang.s Rectang.s ABX.

XCD: el lado AB ∼ 4 = CD ∼ 8 = BX ±

XC ∼ 20: y sera el ABX = al XCD = como

3 = à 1 =

Por ser (15. p. 5.) el Rectangulo ABX = al XCD = como 3 = à 1 = luego 4 : BX = à = 8 : XC = es como 3. à. 1. y (16. p. 6.) 4. BX ∼ 2 Δ XC = y (14. p. 6.) sera como 4 = 2 Δ = ... XC = à BX ... (18. p. 5.) comp.te = como 4 = à = ... XC. à. BC ... 4 : BC ∼ 28 XC = pero es BC ∼ 20 luego ... luego ...

Otro modo.

... BC ∼ $\frac{XC}{3}$ = y ... (1. p. 6.) ... à ... 3. à. 1. y (...) ...

[illegible] $BZ = \hat{x} = XC =$ [illegible] $= \hat{x} =$ [illegible] y (15. p. 8) a BC

[illegible]

Proposición 29.

Dado el triangulo rectangulo ABC, la hipotenusa $BC = 11$, y el rectangulo de $AB \times AC$, [illegible]

$AB - AC = 119$; [illegible]

Prolonguese AB [illegible] (D. 4. p. 3) [illegible] BD $= BC$, [illegible] $BD = BC$; y [illegible] AD [illegible] $AC + BC$; y la [illegible] [illegible] AD [illegible] el [illegible] [illegible] [illegible] ABC, y [illegible] los [illegible] BR, BY, prolonguense los lados [illegible] [illegible] (8. [illegible]) [illegible] $= A$ [illegible] BC [illegible] XY [illegible] [illegible] (11. p. 1) = y el [illegible] [illegible] y tambien [illegible] [illegible] $= XP = CD$; luego [illegible] [illegible] $= 119$; luego [illegible] [illegible]

qq.do ABC (6. 20.) luego el qq.do de AB excede al de BC en 110. pero (13. y 1.) ACq = ABq + BCq luego ACq = 2BCq + 110 = [illegible] ACq = 450 y quitado [illegible] (8. [illegible]) [illegible] = 2 MGq y BCq = 25. luego BC = 5 y [illegible]

Proposicion 20.

Dado el valor del triang. ABC = 36 y [illegible] el [illegible] las [illegible] triangulo = 4 [illegible]

Dividase (6. y 1.) [illegible] (CM) = [illegible] [illegible] [illegible] las proporc. DC [illegible] [illegible] las [illegible] las [illegible] DA, DB, DC [illegible] CD: [illegible] BC = [illegible] (13. [illegible] 3.) luego [illegible] [illegible] [illegible] y [illegible] AC [illegible] AC [illegible] [illegible] AB + BC [illegible] AC [illegible] luego [illegible] [illegible] [illegible] las [illegible]

[illegible] [illegible] la AC que [illegible] la BC [illegible]

[illegible] del circulo; pero los [illegible]

AB, BC [illegible] y AB [illegible] AC

[illegible] BE [illegible] CD [illegible] luego los dos [illegible]

AD, DC [illegible] AC [illegible]

[illegible] al [illegible], luego [illegible]

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

AC [illegible] el [illegible] del [illegible]. [illegible]

[illegible] ABC [illegible] = y [illegible]

[illegible] ADB - BADC = ADC [illegible]

[illegible] [illegible] de los [illegible]

[illegible] DE: DF: DD: luego el [illegible]

[illegible] del [illegible]. [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible], [illegible] AB [illegible] BC

[illegible] la AC = en el [illegible] del [illegible], luego

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

AC [illegible] [illegible] 15 [illegible] AB BC

hallare [illegible] [illegible] A = 15 [illegible]

[illegible]

[illegible] ~ 17 · quedan 12 · [illegible] y 5 · [illegible] BC (&c.)

Proposición 31.

Dado el triángulo rectángulo ABC, dado AD ~ 13 · el rectángulo de AB ~ BC [illegible] 60.

Hágase centro en C y con el intervalo CB descríbase el semicírculo BZD · alárguese AC hasta Z y será (13. D. 1.) CD ~ CZ · y CZ, AD ~ 13 [illegible] y [illegible] BC [illegible] ~ 13 · luego (1. [illegible]) [illegible] C [illegible] como [illegible] BC y (D. y 5) 13 ~ 10 [illegible] como [illegible] BC [illegible] como [illegible] 10 [illegible] BC [illegible] (16. y 6) [illegible] ~ 10 · BC luego [illegible] BC [illegible] $\frac{60 \cdot BC}{10}$ · luego [illegible] ~ $\frac{13 \cdot BC}{5}$ · pero (47. 1.) [illegible] BC [illegible] · luego [illegible] ~ $\frac{169 \cdot BC^2}{25}$ y [illegible] $\frac{25 \cdot BC^2}{25}$ ~ $\frac{169 \cdot BC^2}{25}$ · luego [illegible] ~ $\frac{144 \cdot BC^2}{25}$ · luego 12 ~ $\frac{12 \cdot BC}{5}$ y 60 ~ 12 · BC · y BC ~ 5 · &c.

Proposición 32.

Dado el triángulo rectángulo [illegible]

ABC: AC + BC ~ 8: y ACD ~ 75: pídese &c.

Córtese CD ~ CB (3. p. 1) y será AD ~ 8. Divídase AD por medio en M (10. p. 1) y será (6. p. 2) ACD ⊓ DAMD ~ ACM y ACD ~ ACB ~ 65: y AMDM ~ 16 luego ACM ~ 81: y MC ~ 9. luego AC ~ 13 y BD ~ 5:

Proposición 33

Dado el triángulo rectángulo ABC: AB + BC ~ 17. la AC ~ 13. pídese &c.

Córtese AD ~ BC: y será AB ~ AD + 7 ~ BC + 7: y (4. p. 2.) ABq ~ BCq + 14 BC + 49: que junto con el BCq será (47. p. 1) 2. BCq + 14 BC + 49 ~ 169: y BCq + 7 BC ~ 60: y (6. p. 2) BC ~ 5 &c.

Proposición 34.

Dado el triángulo rectángulo ABC: cuyo AC + BC ~ 18: y AB ~ 12: pídense los lados.

Hágase centro en C y con el semidiámetro CB descríbase el semicírculo DBE: y será AD ~ 18 (...)

y:

y (6. p. 3) $DA^2 \sim 144$ = hallaremos [illegible] AD = [illegible] [illegible] perpen[illegible] (11. p. 2) y [illegible] $AB \sim 4$ = luego [illegible] $ED \sim 10$ $EC \sim 5$ luego $CD \sim 5$. $AC \sim 13$ = luego [illegible].

Proposicion 35

Dado el triangulo rectangulo ABC cuya [illegible] $AC \sim 13$ = y el rectangulo contenido de AB [illegible] $AB \sim BC$ = en $BC \sim 35$ = [illegible].

Cuando $AB \sim BC$ = sera [illegible] $\sim DB$ [illegible] [illegible] [illegible] BC = en $BD \sim 35$ = luego $BD \sim \frac{35}{BC}$ y $BD \sim AB - BC$ luego $AB \sim BC + \frac{35}{BC}$ y elevando [illegible] BC [illegible] $AB \sim \frac{BC^2 + 35}{BC}$ [illegible] (47. p. 1) [illegible] $\frac{BC^2 + 35}{BC}$ [illegible] [illegible] $ABC \sim 169$ [illegible] luego $\frac{BC^4 + 70 BC^2 + 1225}{BC^2}$ [illegible] $BC^2 \sim 169$ y [illegible] por BC^2 sera $BC^4 + 70 BC^2 + 1225 \sim 169 BC^2$ luego [illegible] $BC^4 + 1225 \sim 99 BC^2$ = [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] $BC^4 + \frac{1225}{2} \sim \frac{99 BC^2}{2}$ y

y hallando el valor de BC = que será 5 = queda

resuelto el problema &c.

Proposición 36.

Dado el triángulo rectángulo ABC

AC = 13. ABC = 60 = pídense.

El rectángulo ABC sea supuesto = 60 = y duplo del triángulo, también el rectángulo AC·DB es (41. p. 1.) duplo del triángulo dado, luego (14. p. 6) será todo AC = al rectángulo ABC = AC·BD y siendo ABC = 60 será AC·BD = 60 y BD = $\frac{60}{AC}$ = $\frac{60}{13}$ = que es (8. p. 6) BD media proporcional entre los segmentos CD·DA luego hallando $\frac{60}{13}$ = será el rectángulo CD·DA cuya suma es = 13 = conocidos como CD y DA = y (8. p. 6) entre AC y CD = es media proporcional la BC que sacado (13. p. 6) se conocerá BC y por ello también la AB que es AB = 12 y BC = 5 = luego &c. queda 60 pro-

Proposicion 37.

Dado el triangulo equilatero ABC: cuya area es 1000: reparte su lado.=

Dejese caer la perp. AD: que divide la base por medio: luego BC = 2.BD: luego siendo (A).p.1. $AB = $ $AD^2 + BD^2$ será $ADA = \surd.3BDBD$. luego el triang. es $\surd.BDBD$. en la mitad de BC = es $\surd.3BDBD:BDBD$. ó $\surd.$ $3BD^4 = 1000$ area del triangulo, luego $BD^4 = \frac{1000000}{3}$ luego $BD = \surd^4\frac{1000000}{3}$. Luego por ser BC: lado del triangulo = 2.BD: se multiplicará $\surd.^4\frac{1000000}{3}$ por 2. será producto $\surd.^4\frac{16000000}{3}$ = lado del triangulo.

Quadrase el lado del triangulo, será su quadrado $\surd.\frac{16000000}{3}$

Quadrase la mitad del lado que es $\surd.^4\frac{1000000}{3}$ cuyo quadrado es $\surd.\frac{1000000}{3}$: restese este quadrado del otro, por la regla de restar raizes, quedará $\surd.\frac{9000000}{3}$, cuya $\surd.$ que es $\surd.^4\frac{9000000}{3}$ es la perp. que multiplicada por la mitad del lado $\surd.^4\frac{9000000000000}{3}$ cuya $\surd.^4 = 1000$: area del dho triangulo.=

De cuya práctica sacamos, que para hallar el lado del triángulo Equilátero, (dada el área) se qq.^{do} el area dada, y dicho qq.^{do} se parte entre 3 y del cociente se sacará la raíz qq.^{da} del cociente qq.^{do} y la dicha raíz, será la raíz del lado, cuyo quadrado ... pto ... esta lado del dho. triángulo ...

También sale el lado próximo, multiplicando el área por 30, y el producto partido entre 13 = y del cociente sacar la r. qq.^{da} y dha. r. será el lado del triángulo próx.^{mo} a la verdad.

A, 30, B, D, C

Porque supuesto ABC = equilátero (Fig. 30.) cuya area es 13 = y el triángulo ABC = cuya area es 1000 = y se busca ...

Digo, que ABC = à ABC = tiene (10 p6.) la razón duplicada de AB = à AD = (1 20 p. 6) el qq.^{do} de AB = al qq.^{do} de AD = tiene la razón duplicada de AB = à AD = luego (11 p 5) el triángulo ABC = al ADE = tiene la misma razón, que el qq.^{do} AB al AD luego

n. 13: area ∆ ABC: de 1000: area de ADE que darà 30: qq.do de AB: y se darà al 1.º termino el qq.do proximo de AD: y su r. 22½, lado de AD; solo falta Demonst.n que 13 - à - 3, sea como el area del ABC: al qq.do del lado AB: para loqual saquese la r. de 30: y serà r. 30 à al 1000 AB: y su mitad r. ½ que queda de 30: sea r. de 22½ [illegible] altura, luego multiplicando 22½: por r.3: sale 168 ¾: cuya r. proxima es 13 - de area ∆ ABC = tambien (85. p. a) se harà un triangulo de 1000: y semejante al ABC cuyo lados 2. Hagase sobre BC = un Rectangulo de altura igual à BC de r. 3. Partase r. 3: entre = entre BC [illegible]: y serà r. $\frac{3}{4}$ sobre r. $\frac{3}{4}$. Hagase un Rectangulo de 1000: que serà partiendo 1000: à r. $\frac{3}{4}$: que sera 1000, y serà [illegible] sale r. $\frac{1000000}{3}$: saquese [illegible] (17. [illegible]) entre DC a 2: y r. $\frac{4000000}{3}$ = y serà r. $\frac{16000000}{3}$ que

A
38
B C
D E

que será el lado del triángulo cuya área es 1000.

Proposicion 38.

Hacer el triángulo AXY = semejante al ABC = y semejante.

Pongase BD = triplo de BC. (2. p. 1.) tome BD y supongase AXY = triplo de ABC. y semejante. y será (1. p. 6) ABD = triplo de ABC. y = AXY = luego compro... BD = á AX = como XY = á AB. y por la semejanza de ABC = AXY = serán proporcionales como AX = á = XY = así AB = á BC = luego (22. p. 5) será como BD = á = XY = así XY = á BC = Saquese (13. p. 6) entre BD = y BC = una media proporcional que será XY. y hagase (12. p. 6) como BC = á AB así XY = á AX = tirese desde X = la XY = paralela á BC = y quedará hecho; porque siendo BD = XY = BC = continuas proporcionales tendrá BD = á = BC = la razon duplicada de BD = á = XY = y como BD = á XY = así XY = á BC = luego (11. p. 5) la BD = á = BC = tiene razon duplicada de XY = á = BC = y como el triángulo AXY = al ABC = tiene (19. 6.) la razon duplicada de XY =

XY = $\hat{a}$ BC ~ BD = $\hat{a}$ XY = luego tiene duplicada

la razon de BD = $\hat{a}$ XY = pero BD = $\hat{a}$ = BC tiene

(D. 10. 5.) la razon duplicada de BD = $\hat{a}$ = XY = luego

(11. p. 5.) el triangulo AXY = al ABC = tiene la razon

de BC $\hat{a}$ = BD = pero la BD = es tripla de BC = luego

el triangulo AXY = es 3plo. de ABC. y consiguiente, que

es lo que se pide. luego [illegible]

Propocision. 39.

Dase el triangulo ABC. equilatero cuya area

sea ~ $\hat{a}$ 1000 =

A, B, C, D, X, Y

Hagase ABC = equilatero (1. p. 1)

cuyo lado sea ~ 2 = hallese luego

p. AZ ~ 1. 3. (A). p. 1) y tirese AZ =

y triangulo AZC. hagase un para-

lelo ~ 2000 = 2plo. del area dada 1000 = (11. p. 1.)

prolonguese la DC = y tirese la CD ~ al lado del

paralelo, para [illegible] $\frac{1000000}{3}$ = tirese AD = y resulta

un triangulo, cuya area ~ 1000 = (A1. p. 1) y (1. p. 6) [illegible]

tendrà ACX ‸ â = ADC = la razon de r. 1000000 / 3 : â DC

= 2 : y aquese entre 2 y r. de 1000000 / 3 una media proporcional (13. p. 6) que sera r. 4 / 16000000 / 3 : por el lado del triangulo ADC = porque siendo ADC = â : ADC = (19. p. 6) la razon duplicada de CD = â = AD = a la de AD : â DC = siendo la de CD : â : DC = como r. 1000000 / 3 : â = 2 = tendrà lado AD = â = DC (11. p. 5) como r. 1000000 / 3 = â = 2 : luego el triangulo ACD = â ADC = tiene (1. p. 6) la razon de ACD = â = DC ; y el triangulo ADC = â ADC = tiene (19. p. 6.) la razon duplicada de AD = â = DC = a la de CD = â = DC ; luego (9. p. 5) el ACX = ADC = Pero ACX = es (41. p. 1) = 1000 = luego el triangulo ADC = 1000 = luego el triangulo equilatero cuyo lado es = r. 4 16000000 / 3 = es = 1000 =

Fin del

Libro primero.

Libro 2.

Tratado de Problemas curiosos.=

Primero.

Dado el circulo ABG: el diametro AB: y la BF. tangente, se pide hallar el punto D: que tirada ADF: sea BF: dupla de BA.

Levantese del centro C. la CD: perpend.r a AB. (11.p.1) hagase CD = AB: ó dupla de CB (3.p.1.) y será D: el punto que se pide. tirese ADF: y será BF: dupla de BA: tirese tambien la DE: perpend.r a BF. Y porque los triang.s DCA: FBA: son semej.s ([illegible]) luego ([illegible]) las lineas CD: BF: son paralelas, y tirese que sobre ellas cae DB: luego (29.p.1) el angulo CDB = DBE pero CDB = ADC (c.3.p.3.) porque ADB es triangulo isosceles, porque AC = CB. (15.D.1) CD: comun y los ang.s ... iguales (por la 10.D.1) luego (4.p.1) DA = DB: luego la perpend.r DC dividirá por medio el angulo ADB: luego (20.1) el angulo ADC

(29.1)
= DBC- pero ADC = A por que sobre las paralelas
DC, AB = cae AA = luego (1. ax.) A = DBA = luego (6. p.1)
DA = DB = luego ADB = es un triangulo ysoceles, y por
que DE = es perp.r a la base (cons) la divide por medio
en E = luego BA = es dupla de EB = y CE = es un paralelog.mo
(D. 34.1) por ser sus lados opuestos paralelos luego (34. p.1)
CB = es ~~dupla~~ . de igual a DC. luego tambien BA = es dupla.
de DC = (6. ax) pero es (por cons) DC = AB = luego (6. ax) AB = es
dupla de AB = q.e.d.

Problema 2.

Dado el circulo ABG = el diametro AB = y BC = tang.te
hallar el punto G = que tirada AGC = sea BC = BA

Levantese del centro C = la CG = perp.r a AB. (11. p.1)
y cortese CG = CB = ô donde cortare la CG = a la circunfra.
será el punto q.e se pide pues G = tiene q.e tirada AGC = es
BC = BA. por que CG = CA son ig.s (15. D.1) luego los ang.s
CGA = A = son ig.s (5. p.1) pero CG = es paralela â BC (28.1)
y sobre ellas cae AC = luego (por la misma p.n) G = C = pero



G= es igual al angulo A= luego (1. ax.) A = á C= luego (6. p. 1) BC = BA q. es lo. luego &c.

Problema 3.

Dado el circulo BAC= el diametro AB= y la AD= tirada de qualq.r modo se pide tirar BD= que corte ala AD= igual á AB=

Tire por el centro la CF= paralela á AD= (31. p. 1) que cortara ala circunfer.a en F. tire por B= y= F. BD= y digo, que AD = AB= por que CF = CB (15. d. 1) luego el angulo B = CFB= pero CFB = D= (29. p. 1) luego (1. ax.) D = ABD= luego (6. p. 1) AD = AB.



Problema 4

Dada una linea recta AB= y un punto fuera C= se pide hallar otro punto C= que del descrito un circulo sea tangente ala AB= y pase por el p.o

dado C=

Tire por el punto dado C= la CG= á qualq.r pte. della

Recta dada AB= divídase CG= por medio en D. (10. p. 1)
levántese DE= perpend.r á CG. (11. p. 1) y del punto G. levántese
perpend.r á AB= (11. p. 1) que concurrirá con la DE- en E=
(13. ax.) Digo que E= el punto que se pide, descríbase

el círculo CGF. haciendo centro en E

con la dist.a EC= ó EG= y pasará por C-

y= G- tírese la CE- y por que en los triang.

ECD = EGD= los lados CD = DG- son ig.s (const.) DE= comun, y

los ang. comp. son ig.s por const.n luego (4. p. 1) EC= EG=

luego el círc.o descrito del p.to E= &c.a

Problema 5.

Dado el círculo ECA= y el punto fuera B= pídese desde

el tirar una tangente á dho. círculo. =

Tírese por B= la BA- al centro del círculo divídase

por medio en D=(10. p. 1) y haciendo cen-

tro en D- con la dist.a DA= hágase el semi-

círculo ACB= que cort.a el círculo dado

en C- y tírese la CB= digo que esta es la tang.te que se pide

tire la AC. y porque el angulo ACB es recto (31. p. 3) luego (16. del mismo) BC es tang.te

Problema 6.

Dado el circulo GH. la Recta AB. y en ella el p.to C. se pide el punto Y que del descrito en el centro sea tangente al dado, y a que a la Recta dada en el punto dado.

Levantese por el punto dado C. la CY. perp.r a AB (11. p. 1) prolonguese hasta D. (p.do 2.) cortese CD. = al semi diametro AG. (3. p. 1) tirese AD. dividase por medio en E. (10. p. 1) y por E. la linea EY perp.r a AD. (11. p. 1) q. concurrira con la CY. en Y. (ax. 13.) Digo que el circulo descrito del punto Y. con la dist.a

YC. pasara por G. tirese la AY. y en los triang.s YAE. YDE. AE = ED. (cons) EY. y los ang. en E. rectos (10. p. 1) luego (4. p. 1.) AY = YD. quitese destas dos Rectas las AG. CD. iguales (cons) y quedaran GY. YC iguales luego bla. p.r este pun.

Problema. 7.

Resoluz. del Proble-ma de Lo-renzo Pe-rez.

Dado el angulo ABD= y en el lado BD= el punto C= . ? pide el punto E= que tirada ECA= corte â BA dupla de BC.=

Cortese CD = BC= (3. p. 1) y por D: tirese DE= parallela â BA= (31. p. 1) y cortese DE = DB. (3. 1) y será BA. 2pla. de BC. tirando ECA= porque en los triang. ABC= DEC los ang. en C= vertig. (15. p. 1) B = D (29. p. 1) y BC = CD= (cons) luego (26. p. 1) BA = ED= pero ED = DB= (cons) y BD= es 2pla. de BC= luego (ax. 6) DE= es 2pla. de BC pero DE = BA. luego también BA. es 2pla. de BC.

También se puede demost.ʳ diziendo: los triang. tie-nen los ang. en C. ig. (15. p. 1) B = D= (29. p. 1)= y (32. 1. ô 29. 1) A = E= luego son equiang. y (4. p. 6) será como DE â DC= assí BA â BC= pero DE= es 2pla. de DC= luego también BA= es dupla de BC= q. es lo q.ᵉ =

Dese-

Otro modo.

Sea el angulo dado ABC y el punto E; tirese por E: EG paralela á BA (31.p.1) cortese FC y EC cada una = BE (3.p.1) tirese GC; cortese (9.p.6.) GF = á un tercio de GC y será F el punto que se pide: tirese FEA y digo que BA es 2pla. de BE: tirese CHY paralela á GE que (30.p.1) lo será á BA; pongase CH 2pla. de BE y YH = BE; luego será YH = á un tercio de YC; tirese GY y en el triangulo CGY es (15.p.5) GF á GC como YH á YC; esto es GF deve ser un tercio de GC y YH un tercio de YC y porque en los triang. BAE, CHE los ang. ABE, HCB son iguales (29.p.1) y los BEA, CEH tambien son iguales (15.p.1) y BE = EC (cons) luego (26.p.1) HC = BA; pero HC es 2pla. de BE luego (5.axi) BA es 2pla de BE; y como tirada HA ha de cortar BA 2pla. de BE

B E C A G F H Y

y sea de cortar GC = en la razon de YH = à YC = por que siendo YH = GC = iguales y paralelas luego (33. p. 1) las HC = YG = q. las juntan son iguales y paralelas, y porque en el triangulo GYC = al lado GY = esta tirada la paralela HF = luego (2. p. 6) serà como GF = à FC = assi YH = à = HC = pero YH = es mitad de HC = luego GF = tambien serà mitad de FC = y esta es la razon por que GC = se divide en tres partes iguales.

otro modo.

Sea el angulo dado ABC = y el punto D = Pongase DC = que sea BD = dupla de DC = y por C = tirese CE = paralela à BA = (31. p. 1) Cortese CE = BD = (3. p. 1) y serà E = el punto que se pide, tirese EDA = digo, que BA = es dupla de BD = por que los triangulos ABD = ECD = tienen los angulos B = C = iguales (29. p. 1) los BDA = CDE = iguales (15. p. 1) y (29. 1. ò 32. 1) A = E = luego los dhos. triangulos son equiangulos y (4. p. 6) serà como CE = à = CD = assi BA = à BD; pero CE = BD = y BD = 2pla. de DC. (conv.) luego) CE = es dupla de CD = (que

luego también BA= es duplo de BD= respecto de que estas dos rectas dhas. han de tener la misma razon que las otras dos CE=CD= luego &c. q. es &c.

Problema 8.

Dado el angulo ABC= y en el lado BC= el punto D= se pide el punto E= que tirada EDA= corte á BA ... = á BD.=

Pongase DC = BD (3.p.1) y tirese por C= CE= paralela á BA (31.p.1) cortese CE = CD (3.p.1) y será E= el punto que se pide, tirese EDA= Digo que BA = BD= porque los angulos B=C= son iguales (29.p.1) los ADC=EDC= tamb. iguales (15.p.1) y BD = DC (cons) luego (26.p.1) CE = BA= pero CE = BD. (ax.1) luego por lo mismo BA = BD #

otro modo.

Tirese por el punto dado D= DF= paralela á BA= (31.p.1) cortense DF= DC= cada una = BD= (3.p.1) tirese FC

Di-

diuidase por medio en C (10. p. 1) y por la razon dicha

en el 2º. modo se ponen BA
â la de BD.) y será C el pto.
que se pide. tírese CDA dí-
go que BA es igual â BD por que los ang.
ADC A son iguâ. (29. p. 1) pero ADC ~ CDC (c. 3. p. 3)
luego (1. ax) A ~ CDC pero CDC ~ BDA (15. p. 1) luego
(1. ax.) A ~ BDA luego (6. p. 1) BA ~ BD q. es &c.ª

otro modo.

Cortese BC de tal suerte que BD sea dupla de
DC y tírese por C CE paralela â BA (31. p. 1) cor-
tese CE ~ CD (3. p. 1) y será E el punto q. se pide, y ti-
rando EDA será BA igual â BD porque
se probará (como en el prob.º 7.) ser los triang. ADB
CDE equiangulos, y (4. p. 6) será
como CD â CE así BA â BD
pero CD ~ CE const.ª luego BA ~ BD q. es &c.ª

Note: q. todos los ang. propuestos pueden ser rectos, y obtusos.

Problema 9.

Dado el triangulo ABC = se pide otro que sea duplo de el.

Prolonguese BC = hasta D = y cortese CD ~ BC y por A = tirese AE . paralela â BD = (31. p. 1) cortese AE ~ BD = (3. p. 1.) y tirense las rectas EB = ED = Digo que el triangulo EBD = es duplo del ABC = tirese la EC = y por que los triang. ABC EBC = tienen la vase comun, y estan entre unas mesmas paralelas seràn igs. (37. p. 1) y por que los dos triang. ABC = ECD = tienen igs. vases, y una mesma altura seran igs. (38. p. 1) luego el total EBD = es duplo del EBC = ô del otro ECD = pero qualquiera de los dos ~ al ABC = luego (6. ax) EBD = es duplo de ABC = pues &c. luego &c.

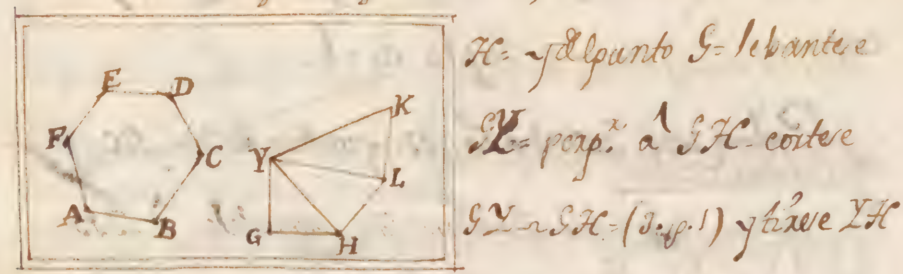
Nota que la Regla dada es para todo triangulo. &c.

Problema 10.

Hazer toda figura de Geometria dupla, tripla, quadrupla &c. de otra. esto es desde el quadrado en adelante =

Pide-

Pídese un Exagono 2plo del ABCDEF. tomese qual-quier lado respecto de que es equilatero, y transfierase de G en



H = y del punto G = lebantese GY = perp.r à GH = cortese GY = GH = (3. p. 1) y tirese YH

Digo que el Exagono que sobre la YH = se formare serà 2plo. del ABCD&. por que siendo el angulo en G recto (cons.) luego (47. p. 1) el qq.do de YH = à los qq.dos de las YG = GH = pero estas dos son eq.s (cons.) luego el qq.do de YH = es duplo del qq.do de GH = y (22. p. 6) la figura que sobre la YH = se formare serà dupla de la dada, como sean semexantes, luego formando sobre la YH = un exagono sera duplo del ABC = &. y si se quisiere formar tuplo, leb.se HL = perp.r à YH = (11. p. 1) cortese HL = GH = (3. p. 1) y tirese YL = y la figura, ò exagono que se formare sobre la YL = seria tuplo de la fig. dada, ò del exagono, por siendo el angulo YHL = recto (cons.) serà (47. p. 1) el qq.do de YL = à los qq.dos de las YH = HL = pero GH = HL = (cons.) y el qq.do de YH

YH es duplo del qq.do dela GH = luego (6 ax.) tamb.n es duplo del qq.do dela HL = luego el qq.do dela YL = es triplo del qq.do dela HL = y por consiguiente el exagono q.e se formare sobre YL = serà triplo del exagono dho. Como tambien si se quiere formar quadruplo lebte otra perp.r LK = à YL y cortese LH = y tirese la YK = y del mismo modo se proba serà q.e el qq.do de YK = es quadruplo del qq.do dela HL = como tambien el exagono que se hiziere sobre la YK = serà quad.lo del ABCD. y del mismo se harà si se quisiere formar quintuplo. sextuplo &c.a como lo q.e se havia de demostrar.

Problema 11.

Dada la AB = y fuera della el punto C. se pide q.e desde el tirar una paralela à dha. linea con una distancia mayor que desde el punto. ala linea, y sin abrir, ni cerrar el compas.

Hagase Centro en el punto dado, y sin abrir, ni cerrar el compas mas dela distancia dada DE = cortese la AB = en el punto A. y tirese la CA indefinida-

hasta G= cortese FG = CF. (3.p.1) y desde G= cortese la
Reta dada en H= y tirese GH= prolongada hasta Y
cortese HY = GH (3.p.1)
y tirando por C= y= por Y.
CY= será paralela á AB= porque las quatro lin.
GF= FC= GH= HY= son ig.s y será como GH= á HY= asi
GF= á FC= luego (2.p.6.) AB= es paralela á CY= Q. e. f.

Si la distancia dada es desde el punto a la linea hagase centro en ~~extremo~~ qualq.r pte. de la linea dada como G= y desde el describase con la distancia dada el circulo DHB= y tirando por el punto dado, y por la circunferencia la Reta CF= será paralela á AB=
tirese la DH y la DB= el contacto, y del centro G= lebant.e GD= perp.r á AB (11.p.1.) y para hacerlo con la distancia dada hagase centro en G= y describase el semicirculo BDH=
hagase acia centro en B= y pasese de B= hasta R= y haciendo centro en R= describase el arco O= y de R pasese
á

á S= y describase el otro arco que se cortarán en O: y tirando desde O= y= G= la OG= será perp.r á AB= y por que del contacto D= está tirada la DH= secante se rá el angulo EDH= formado dela tangente, y secan-te = al angulo DBH= q. está enel seg.to alterno (32.p.3) y por que enlos triang.s DHG= DBG= los lados HG= GB son ig.s (15.D.1) GD= comun, y los ang.s comp.s son ig.s por coro.r luego (4.p.1) DH = DB= y (5.p.1) H = B= pero es-tá demonstrado que EDH = B= luego (1.ax.) EDH = H= pero estos son alternos luego (27.p.1) ED AH= son paralelas, luego &c.a q. es &c.a

Si la distancia es menor q. del punto ala línea hagase centro enel punto dado, y vayase transfiri-endo hasta que corte ala línea dada, que será en D= y des del tras fieranse otras tantas ptes. como ay desde C= hasta D (que son dos ptes ig.s a CD) y del punto E= transf.se otras tantas ptes. que lleg.ra á G. prolong. hasta F. y señalense

C F
A D B
G
E

otras

otras dos p.tes q. llegarà hasta F = y hàzè CF = y serà = paralela â AB = La demonstracion es la misma que q.da puesta en el problema 11: luego = &c. q. e. &c. =

Fin de los Problem.s

Y del Libro Segundo. =

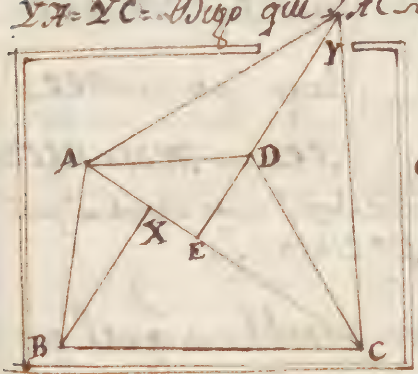
Libro tercero.

Trata de Trapecios &c.

Proposicion 1.

Qualesquier trapecio es igual â los dos triangulos que corta su diagonal, ô es = aun triangulo cuya vase sea la diagonal del trapecio, y su altura las dos perpendiculares q. de los âng. ôpuestos a la diagonal, se tiran sobre ellas.

Sea el trapecio ABCD = su diagonal CA = y las perpendicular. BX = ED = Pongase DY = BX = tirense YA = YC = Digo que YAC = ABCD = porque los triang.



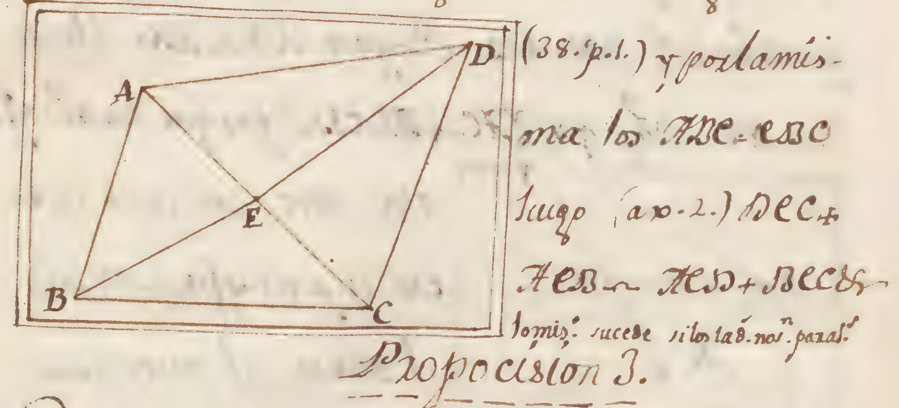
ABC = ADC = son como BX = ED = (1. p. 6.) y (18. p. 5) será el ABCD = al ADC = como EY = â = ED = y el triangulo AYC = al ADC = es (1. p. 6.) como EY = â = ED = luego la misma raz.n tiene el AYC = al ADC = q. ABCD = al ADC = luego (9. p. 5) AYC = ABCD = luego R......=

Pro-

Proposicion 2.

Dado el trapecio ABCD con dos lados paralelos AB, DC se pide dentro el punto E que tiradas AE, BE, CE, DE sean los dos triang. DEC, AEB = a los otros dos AED, BEC ==

Parta la diagonal AC dividase por medio en E (10. p. 1) digo q. este es el punto que se pide. tirense las rectas DE, BE y seran DEC, AEB = AED, BEC por que siendo los triang. AED, DEC iguales



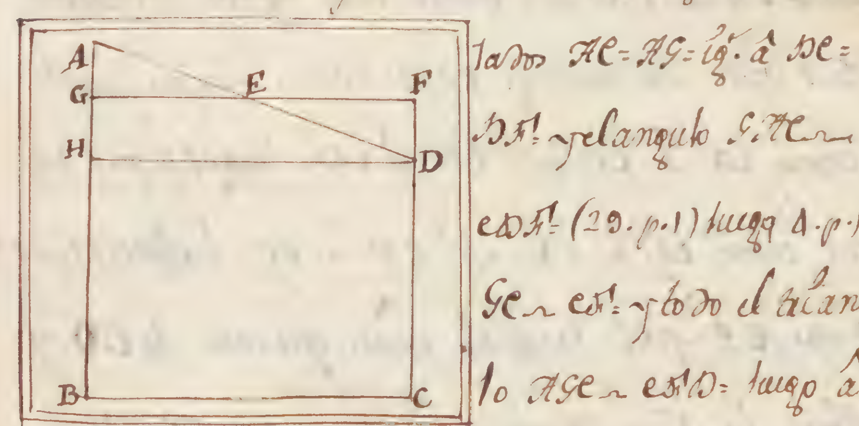
(38. p. 1.) y por la misma los ABE, EBC luego (ax. 2.) DEC + AEB = AED + BEC lo mis. sucede si los lad. no fue. paral.

Proposicion 3.

Todo trapecio de dos lados paralelos es igual a un paralelog.^mo^ q. tenga la misma altura del trapecio y por lado la mitad de dhos. lad. paralelos. =

Sea el paralelog.^mo^ quiero decir el trapecio A-

ABCD = y sea el lado AB paralelo à CD = tirese por el punto D = del lado menor la DH paralela à BC = (31. p. 1.) y serà BH ~ CD. (34. p. 1.) y HA = serà la dif.ª de AB = à = CD = dividase HA = por medio en G = (10. p. 1.) y tirese GF = paralela à BC = q. (30. p. 1) lo serà à HD = prolong.se CD = hasta F hasta q. corte à GF = en F y serà FGHD = un paralelogramo, luego (34. 1.) DF ~ GH ~ GA = y BG ~ CF = luego GBCF ~ al paralelog.mo hecho de la altura BC = en CF = mitad de AB + CD = Pero eFD ~ eAG = por que (2. p. 6) la GF = corta la AD = por medio en e = luego con los



lados Ae = AG = iq. à De = DF = y el angulo GAe ~ eDF = (29. p. 1) luego 4. p. 1) Ge ~ eF = y todo el triangulo AGe ~ eFD = luego à- ñadiendo GeDCB = q. darà (ax. 2.) GFCB ~ ABCD. &

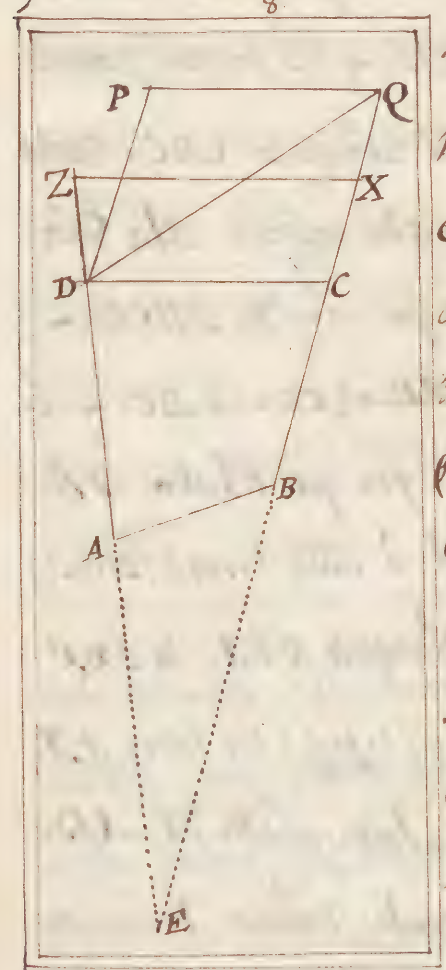
Proposicion 1.

Da-

Dado el trapecio ABCD = se pide prolongar los lados BC = AD = y con la paralela XZ = cortar DCXZ ~ $\frac{1}{2}$ ABCD =

Prolonguense las CB = DA = hasta concurrir en e. Hagase (44. p. 1.) sobre DC = y el angulo DCQ = el paralelog.^mo DCQP ~ ABCD = tirese DQ luego (34. p. 1.) QDC ~ $\frac{1}{2}$ ~~ABCD~~ CQPD = luego (ax. 7.) QDC ~ $\frac{1}{2}$ ABCD = pero DCXZ = es por supocis.^n ~ $\frac{1}{2}$ ABCD = luego (ax. 2) QDC ~ XZC = luego (15. 6) por la igualdad seràn los lados proporcion.^s como eQ = à = eX = assi eZ = à eD = y por la similitud delos dos triang.^s eCD = eXZ = seràn prop.^s como eX = à = eC = assi eZ = à eD = luego (11. p. 5.) serà como eq = à = eX = assi eX = à = eC = hallese (13. p. 6.) entre eQ = y = eC = la media pnal. que serà la eX = y tirese la XZ = paralela à = CD = y serà CXZD ~ $\frac{1}{2}$ ABCD. porque siendo pnales. eQ = eX = eX = eC =

EC = será (10. p. 5.) la razon de EQ = â = EC = duplicada dela de EQ = â = EX = ó de EX = â = EC = pero los triang. EXZ = ECD = tienen (19. p. 6.) la raz.n



duplicada de EX = â = EC. luego tienen la razon de EQ = â = EC = y (1. p. 6) el triangulo QDC = al ECD tiene la razon de EQ = â = EC luego (11. p. 5.) será como EXZ = â ECD = assí QDC = â = ECD = luego (9. p. 5) será QDC = EXZ = quítese el comun ECD = y (ax. 3.) será CXZD = CQD = pero es (cons) CQD = ½ ABCD luego (ax. 1)

CXZD = ½ ABCD. &c

Proposicion 5.

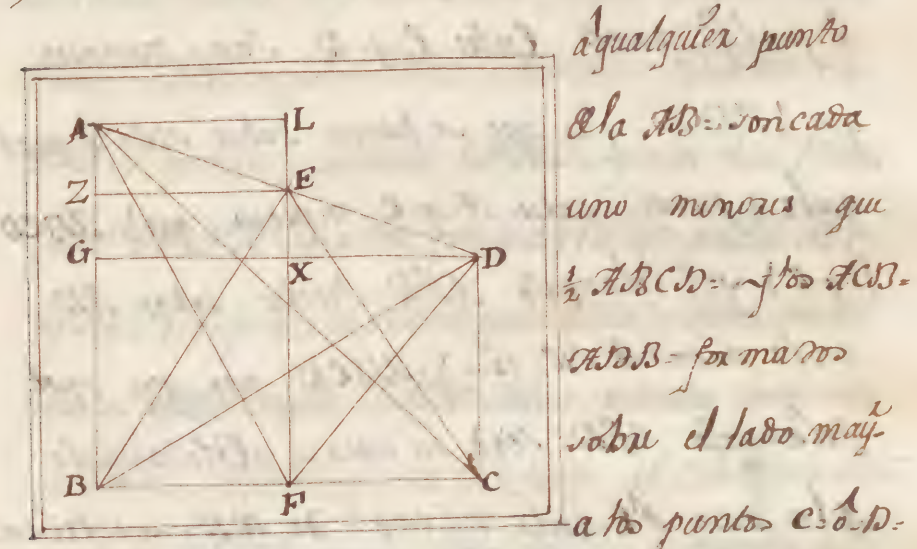
Entodo trapecio de dos lados parallelos y dar

ang.s Rectos el triangulo hecho de los extremos en el punto de la mitad de la diagonal es igual a la mitad del trapecio

Sea el trapecio ABCD y los lados paralelos AB = CD. Digo que el triangulo EBC hecho de los extrem.s B = C y de la mitad de la diagonal ∼ ½ ABCD = porque siendo ABCD ∼ al Rectangulo hecho de ½ AB + ½ CD = en BC = y siendo ½ AB + ½ CD ∼ FE = porque tirada DG = paralela â BC = y EF = â AB = lo serà (30. p. 1) â CD = y porque en el triangulo DGA = la EXF es paralela â AB = cortarà (2. p. 6.) los lados DA = DG = proporcionalmente, luego siendo AE ∼ ED = (cons) serà GX ∼ XD = y por la misma razon serà GZ ∼ ZA = y = XE ∼ GZ = (34. p. 1) y = XF ∼ CD = luego serà FE ∼ ½ AB + ½ CD = y porque (41. p. 1) el Rectangulo hecho de FE = en BC = es duplo ~~del triang.~~ tri-

triángulo BEC = luego dho. Rectangulo = ABCD = y el triángulo BEC = $\frac{1}{2}$ ABCD.

De lo dho.: consta, que los triángulos CDB = CAD formados sobre el menor lado de los parallelos á qualquier punto de la AB = son cada uno menores que $\frac{1}{2}$ ABCD = y los ACB = ADB = formados sobre el lado mayor á los puntos C = ó D = de la parallela CD = son cada uno mayores que $\frac{1}{2}$ ABCD: porque estando los triang. BEC = BDC = sobre la base BC = tendrán (1. p. 6) la razon de AC = á CD = y el BAC = al BEC = la de BA = á = AE = y siendo BA = mayor que AE = y = AE = mayor que ED = será (6. D. 5.) ADC = mayor que BEC = y BEC = mayor que BDC = pero BEC = $\frac{1}{2}$ ABCD. luego &c.ª



Y

y como todos los triang.s hechos sobre CD= en la altura CB= son ig.s (37. p. 1.) luego todos los hechos sobre CD= â qualquier punto de AB= es menor que ½ ABCD= y todos los que se hacen sobre BC â qualq.r punto entre E= y= D= son menores que ½ ABCD, y los que se hacen sobre BC= â qual quier punto entre A= y= E= mayores que ½= ABCD (1. p. 6.) y el triangulo AFD= hecho sobre AD= en la mitad de BC= es = ½= ABCD= por que en el triangulo EFD= será su area = al rectangulo de la vase FE= en la mitad de XD= y el trian-gulo AFE = al rectangulo de la vase FE= en la ½= de AL= pero AL = GX = XD= luego ½ AL = ½ XD= luego será 2 FE= y= ½ XD = FE= y= 1XD= y FE= XD = FE= FE= y este rectangulo de FE= con FE = BEC = ½= ABCD= luego &c.a

Proposición 6.

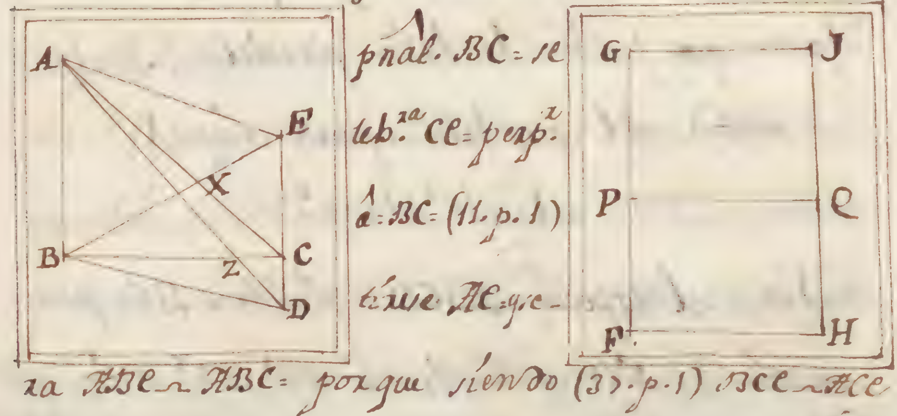
Sobre qualquier lado, y angulo se puede const.r

un

un triangulo = à una quantidad determinada.

Sea la quantidad determinada GPQJ = el lado dado AB = y el angulo sea el Recto ABC = Pidese sobre el lado dado, y en el angulo, construir el triangulo ABC = GPQJ = Doblese el GPQJ = que (1. p. 6) serà GFHJ = y a las tres Rectas AB = GF = FH = hallese (12. p. 6.) la 4.ª pnal. BC y serà (16. p. 6.) el Rectangulo ABC = de las extremas = al Rectangulo GFH = de las medias luego sus mitades seràn ig.s (ax. 7.) luego el triangulo ABC mitad del Rectangulo ABC = (41. p. 1) = GPQJ = mitad de GFHJ = por const.n luego &c. =

Si el angulo es agudo como ABE = hallada 4.ª



ra ABE = ABC = porque siendo (37. p. 1) BCE = ACE

qui-

quitando ExC = comun queda ACX ~ BCX = y añadiendo aentrambos AXB = queda AEB ~ ABC = ó tambien porque AB = EC = son parallel.s (28. p. 1.) y los triangulos AEB = ACB = estan sobre ellas y tienen la vase comun luego (37. p. 1) AEB ~ ACB = q.e es lo. luego &c.

Si el angulo es obtuso como ABD = se prolongará la perpend.r EC = hacia D = y tiene AD = y del mismo modo se probará que ACB ~ ABD = pero ACB ~ GPQT = luego (ax. 1) ABB ~ GPQT = q.e es lo.

Proposicion 7.

En todo trapecio de dos lados paralelos el triangulo hecho de los extremos, de qualquiera de los dos lados que juntan los lados paralelos, y en la mitad del otro lado opuesto es igual a la mit.d del trap.o

Sea el trapecio ABCD: divídase BC = por medio en H (10. p. 1) y tirense AH = DH. Digo que el

el triangulo AFD ∼ ½ ABCD. Tirese por F=XFG= paralela â AD.(31. p.1) que concurrira con la prolongada DC= en G=(ax.13.) y será el triangulo XFB ∼ FGC=(26. p.1.) aquienes añadiendo AXFC= será (2. ax.) el parallelog.^mo AXGD ∼ ~~(altirar)~~ al trapecio ABCD= pero AFD= es ½= Q AXGD=(41. p.1) luego (ax.7) ADF ∼ ½ ABCD. &c.^a

A
D
X
B
C
F
G

Proposicion. 8.

Dado el trapecio ABCD= se pide dividirlo en dos ptes. ig. con una recta tirada desde el angulo D= ala recta BC=

Dividase la BC= por medio en E=(10. p.1) tirese (31. p.1.) AH= paralela â BC= dividase por medio en G=(10. p.1) tirense DG. EG. DE= y ala DE= la paralela GZ= tirese DZ= Digo que DCZ ∼ ½ ABCD= por que siendo (37. p.1.) los triang. EZD= EGD= iguales si acada uno se añade el triangulo DCE= queda.^n (ax.2)

(ax. 2) los DGEC = DCZ = igu.s pero DGEC ~ $\frac{1}{2}$ ABCD por que los triang.s DGA = DGM = son igu.s (37. p. 1) = y DG ~ CM = por estar contenid.s de las dos igu.s luego (ax. 2.) DGEC ~ DABCG = luego es $\frac{1}{2}$ de ABCD = y el DGEC y (ax. 7.) DCZ ~ $\frac{1}{2}$ = ABCD = = Tambien porque los triang.s GZC = GZD = son igu.s (37. 1) quitando el comun GYZ = queda DGY = ~ ZYC = (ax. 3) y añadiendo DYEC = resulta DCZ ~ DGEC = pero DGEC = &a

Proposicion 9.

Dado el qq.do ABCD = se pide ochavarlo de modo que en cada linea del qq.do caiga una de las ochav. y en cada angulo caiga otra, y que sean los ocho lados iguales.

Tirense las Diagonales que se cortarán en el centro S = hagase Centro en los quatro angulos y con la distancia CS = ô = BS. &c. cortense los lados

del

del qq.do enlos puntos O=Y=R=M=Q=P=G=X=
y tirense las Rectas OY=RM=PQ=GX= y queda-
ra formado un ochavo equilatero, porque siendo
los quatro lados GX=OY=MR=PQ= iq. (4.p.1)
y las Rectas XO=YR=QM=PG= soniq. (ax.3.) luego
comprobando XO~OY= esta probado ser equilat.ro
y equiangulo, para lo qual, del centro S. sobre
los lados AD=DC= dex.te caer las perp.s SZ=SK
prolongadas hasta e=y=F. esto es que sean SE=SF
cada una~AS. tirense eD=DF=SY=SY=prolon-
guense las YO=GX. hasta concurrir en e=F y porque
los ang. eXO.eOX= soniq. asus. vertic. (15.p.1.) y los
verticales son semirectos, luego los eXO=eOX=
son cada uno semirecto luego (32.p.1.) XeO= es
recto, y tambien son semirectos eYG=eGY= lue-
go el triangulo eGY= es equiangulo al ASD= y es
la vase AD~GY= luego son total mente iq.
(26.p.1.) luego eY~SD~XD= luego los triangulos
eXS=

eYS = eSD = son ig.s y si del angulo eDS = se quita el semirecto ZDS = y del SeD = se quita el semirecto ZeD = quedará (ax. 3) eDO ∼ OeD = luego (6. p. 1) Oe = OD = ig.es y por que eY ∼ XD = si de una, y otra se quita Oe = OD = ig.s q. dan (3. ax) OX = XO = iguales, luego &c.

Tambien se puede dezir los triang.s eYD = YSD son ig.s (37. p. 1) y equiang.s luego SD ∼ XD ∼ eY = &c.

otro modo.

Hagase lo mismo que en la antesedente tirando las diagon.s y cortando des de los ang.s con la dist.a CX. ó = DX. &c = los lados del qq.do y tirense las rectas XO = RP = &c.a y será const.do el ochavado. tirese RX = Re = KG = y = YB = y por quanto ABCD = es qq.do y AC = su diagonal, y sobre ella estan los paralelos ARYG = YKCe = luego (24. p. 6.) GR = eK = son qq. y es AR = (por cons) ∼ AX luego el qq.do de AX ∼ al qq.do de AR = y siendo las dos AR

AR = RY = iguales a las dos AX = XB = serán los qq.
de AR = RY = igu. a los de AX = XB = estos (47. p. 1) el qq.do
de AY ~ al qq.do de AB = luego AY ~ AB = luego el triang.lo
ABY = es ysoceles, y quitando igu. de igu. será (ax. 3) RX
~ XY = y probando YKCE = q.e es qq.do lo será RP. luego
RS ~ SP = y siendo el angulo
SRB = opuesto á C = recto (34. 1)
y siendolo el CXB = queda de-
monst.do que los ang.s SRP =
SPR = son semirectos, y tamb.n
los ang.s XSY = XYS. son semirectos (15 = 6 = 32 = 1) luego
(6. p. 1) XS ~ XY = y tenemos XA ~ RA = y = RB ~ SP =
luego los lados XY = XS = del triangulo YXS. son ~s.
á los RS = SP, del RSP = y (47. 1) los qq. de XY = XS = ~s.
al qq.do YS = y los qq. de RS = SP = ~s al qq.do de RP = luego
el qq.do de SY ~ al de RP = y (46. 1) SY ~ RP = pero SY
~ PK = (34. p. 1) luego (ax. 1) RP ~ KP = luego los 8 = lados
son ig.s y tamb.n se puede prov.r ser los ang.s ORP = RPK = ig.s
por.

por que el angulo SRP= es semi recto, y el SRB= es recto luego (13. p. 1) SRA= es recto: tambien SPR= es semirecto y SPB= es recto, luego (13.1) SPK= es recto luego si à los dos semi rectos SRP= SPR= se aguegan los rectos SRA SPK= iguales dan (ax. 2) PRA= RPK= iguales luego &c.ª = =

Proposicion 10.

Dada la AG= y en ella el punto B. se pide tirar desde el la recta BED; y hallar un punto en ella como D= que tirada AD= sea perpendicular à AG y igual à la recta AB:

Dividase AB: por medio en C= (10. p. 1) lebantese

CE= perp.r à AB: (11. p. 1) cortese CE = CB: (3: p. 1) tirese por B: y E la BED: cortese ED = BE: (3. p. 1) y tirese DA= digo que esta es perpendicular à AB: y = à ella, por que BE = ED: (por cons.) BC= = CA= (cons.) luego como BE = ED :: BC = CA: luego (2. p. 6) CE= es paralela à AD= y por que sobre ellas cae

BD

AB: serà (20. p. 1) el angulo externo ECB = al interno opuesto A = pero el externo es recto (cons.) luego el interno A también es recto (ax. 2) luego AD es perpend. à AB: que es lo primero.

Digo lo 2.º que AD = AB: porque CE = CB: luego (5. p. 1) CEB = CBE: pero CEB = D. (20. p. 1) luego (ax. 1) D = CBE: luego (6. p. 1) AD = AB: &c.

Proposicion 11.

En qualquier qq.º ò paralelog.mo si se divide qualquier lado por medio, y se tira desde este punto una recta à qualquiera de los ang. opuestos el triangulo que quedare formado, serà subq.plo del paralelog.mo ò qq.º

Sea el paralelog.mo AD: divídase BD: por medio en C: (10. p. 1) y tírese CE: Digo que el triangulo ECD:

es subquadruplo del AD por que tirando CF paralela

á DE = ó = á BA será BF = CE (36.1) pero CE es duplo de

CD (41.1) luego tambien BF es duplo

de CD luego el total BE es quadruplo de CD y CD subquadruplo de BE &c.

Proposicion 12.

Formar un trapecio mitad de un qq.do dado.

Sea el qq.do dado AF alarguese AC hasta D (2.p.do) divi.e AC por medio en B (10.1) y por B tirese BH paralela á CF (31.1) y será BF mitad de AF; cortese CD = ½ BC divídase AH por medio en G (10.1) y tirese GD digo que el trapecio GHBD = á la mitad de AF por que en los triang.s EFG, ECD los ang.s en E son ig.s (15.1) el GF = CD (29.1) ~~luego~~ y GF = CD (cons) luego (26.p.1) son ig.s

q. dhos triang. añadase à entrambos el quadri-

latero EFBCE: y quedarà (ax. 2) BF alla

pecio EFBD pero el paralelog.mo BF es mitad del

qq.do luego tamb.n el trap.o es ½ del qq.do &c.a

Lo mismo se deve entender en

el paralelogrammo.

Y si se pone que el trapecio sea al qq.do ò una pa

ralelog.mo alarguese AC hasta D: cortese CD AC

dev.e AC por medio en

B: (10. 1) tirese BF para

lela, à CE: tirese CD: di-

go que el trapecio EFBD AE: porque el triangulo

ECD AF (41. p. 1) añadase de entrambos BE: y que

rà (ax. 2) AE EFBD: &c.a

Proposicion 13.

Da-

Dado el angulo ABC= y fuera el punto D= se pide de tirar desde el la recta DGA= que sea GA= dupla de GD.

Prueb ~~entiende c. ... recta dada, que~~ el punto dado D= tirese CDF paralela â AB.(31.1) cortese DF dupla de DC= tirese BF= y por D= DGA= paralela, â BF=(31.p.1) Digo que AG= es dupla de GD= tirese p.r D= DE=paralela â BC= y serà EG= un paralelogramo (D.35.1) y porque son paralelas AD= BF= y sobre ellas cae AC=luego (29.p.1) el angulo F= CDG= pero este CDG= es alterno A=(29.1) luego (ax.1) F= A= Y porque tambien son paralelas ED= BC= y sobre ellas cae FB: luego (29.p.1) el angulo FED= FBC= pero FBC= alterno AGB (porque AD= BF= son paral.s y sobre ellas cae BG) luego (ax.1) FED= AGB= luego (32.p.1) ABG= FDE= luego los triang.s ABG. FDE= son equiangulos

y:

y (A.p.·) serà como AE = CD :: AG = GB : pero AB ~ CD = (A. p. 1) luego (11. 5.) es como AE = CD :: AG = CD = y (9. p. 5) AE ~ AG. luego (7. p. 5) serà como. AE = CB :: AG = CB :

pero es (2. p. 6) como AE = CB :: AD = DC = pero y AD = es dupla de DC (cons.) luego tambien AE = es dupla de CB = pero CB ~ DG (34. 1.) luego AE = es dupla de DG .. pero AE ~ AG = (demost.) luego tamb.^n AG = es dupla de GD : luego &c.^a =

otra demonstrac.^n

BD = es un paralelog.^mo (10. 35. 1.) quiero dezir F. &c. = luego (34. 1.) AD ~ BA = pero AD = es dupla de BC = luego BA = es dupla de DC = y por que los triang.^s ABG = DCG = son equiang.^s luego serà (4. p. 6) como AB = AG :: DC = DG : y alternando (16. p. 5) serà como AB = CD :: AG = GD = pero AB = es dupla de CD = como esta demost.^do luego AG es dupla de GD : q. es &c.^a =

Nota = que si despues de tirada AB = fuesen los angulos
ABE

CDF = CBF = rectos no se podrá resolver, porque entonces



DF = paralela á AB = respecto de ser (31.1) ABF = una recta se rá DF = paralela á ABF = y (D. 30.1) nunca concurrirán. = Del mismo modo se demuestra que el angulo ABC = no pue-de ser obtuso, luego el angulo ABC = ha de ser agudo para dar solucion á estos problemas.

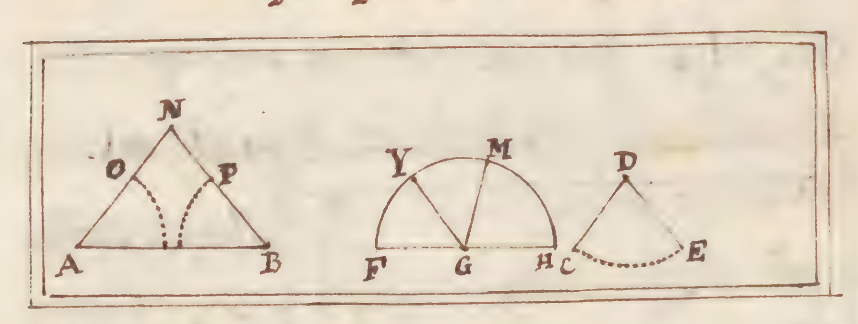
Proposición 14.

Dada la base de un triangulo ysosceles, y el angu-lo vertical formar dho. triangulo.

Sea la base AB = y el angulo vertical C = se pide el triangulo ysosceles dho. Tirese la recta AH = y con qualq.r intervalo describase el semicirculo AMH = hagase centro en B = y con la distancia GF = describa-se el arco ce = cortese la circunferencia HM = y la

ce

ce = y tírese GM = y será (27.p.3) el angulo MGH ~ al ver-
tical dado D = y por que todos tres angulos juntos han



de ser ig.s a dos Rectos luego los ang.s sobre la base han
de ser ig.s al MGF = y por que han de ser ig.s divida-
se la circunf.a MF por medio en Y = (30.p.3) y tírese
YG = y serán los ang.s FGY = YGM = ig.s (27.p.3) form.se
el angulo B ~ MGY = y el A ~ FGY = (23.p.1) y tírense
las Rectas BN = AN = y será el angulo N ~ MGH = pero
MGH ~ D = luego el angulo N ~ al vertical dado D =
y por que son los ang.s A = B = ig.s a los FGY = YGM = y estos
dos ultimos son ig.s (cons.) luego (ax.1) los angulos A = B =
son ig.s (ax.1.) y (6.p.1) AN ~ BN = luego (D.n 24.1.) es Isosceles
y esta formado sobre la Recta dada AB = con el angulo
vert.l ~~sea~~ ig.l N ~ al dado D = luego &c. = = = = = =

Pro

Propocisión 15

Hazer un paralelogrammo duplo de un qq.do

Sea el qq.do dado AC. pídese un paralelogrammo duplo de el.

A D F
B C E

Marquese BC. hasia E. que sea CE. 2pla. de BC. tirese por E. EF. paralela â CD (P. 1) alarguese AD. hasta que corte â EF. en F. y será CF. un paralelog.mo el qual provare ser duplo del qq.do dado AC. por que respecto de tener = altura tendran (1. 5. 6) la misma razon que las vases: pero la vase CE. es 2pla de la BC. (cons) luego el paralelog.mo CF. es 2plo de l qq.do dado BD. luego &.a

Propocisión 16

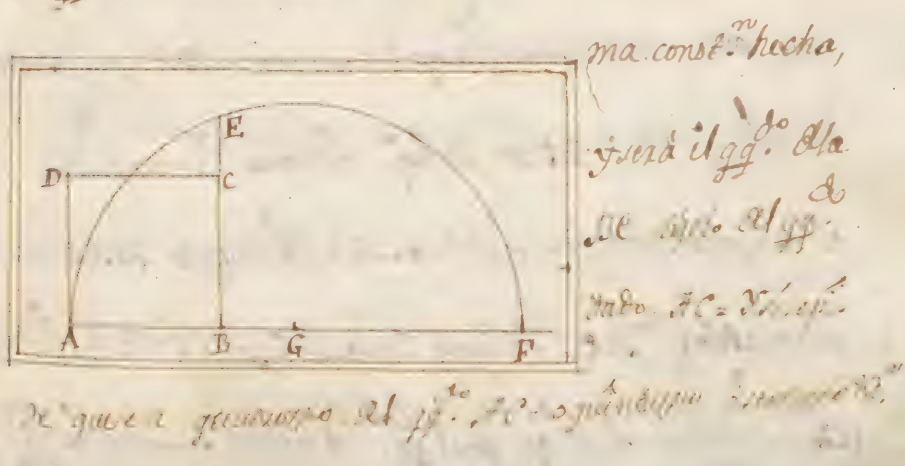
Hazer un qq.do duplo de otro dado.

Sea el qq.do dado AC. pídese otro duplo de el. Marquese AB. hasta F. cortese BF. 2pla. de AB. ...

AF por medio en G (10. p.1) y haciendo centro en G con el intervalo GF describase el semicírculo AEF, y alárguese BC hasta que corte el semicírculo en E. Digo que el qq.do de BE es duplo del qq.do dado AC; porque la BE es media proporcional entre AB, BF, luego (17. p.6) el rectángulo ABF es igual al qq.do de BE; pero BF = BC (hyp. 29. 1) luego el rectángulo ABC es igual al qq.do de BE; pero el rectángulo ABC es (por la p.ª antecedente) duplo del qq.do de AC; luego (ax. 6) el qq.do de

BE es duplo del qq.do AC dado.

Si se pidiere, que el qq.do que se formare sea triple del qq.do AC, tómese BF triple de AB, y hágase la misma const.on hecha, y será el qq.do de BE triplo del qq.do dado AC. Y así



de que se formare el qq.do AC [illegible]

sobre la BA tan igualmente multiplicado el mismo como pidieren que el qq.^do que forman sobre el dado AC = y así en lo infinito, luego &c. que se ped.

Proposición 17.

Formar un quadrado = a un triangulo dado.

Sea el triangulo dado ABC = pidese un qq.^do = al. Divid.^se AB = por medio en D = (10.p. 1) y tirese DE = paralela à BC = (31. p. 1) y por C = CE = paralela à BD = por la misma. y será el paralelog.^mo BE = al triangulo dado porque el angulo CLE = DLA = (15. p. 1) el A = LCE = (29. 1) y CE = BD = (34. 1) pero BD = DA = (const.) luego (ax. 1) CE = DA = y (26. 1) los triang.^s CLC = LDA = son ig.^s añadase à entrambos el trapecio BDLC = y será (ax. 2) el triangulo BAC = el paralelog.^mo BE = hagase linea BC = y = CE = la ½ prop. (13. p. 6) que será A. digo que el qq.^do de la linea A = al triang.^lo da.^do

dado ABC porque ay un Rectang.º BC = A = CE =
luego el Rectang.º de las Extrem.s será = al quadrado de
la media (p. 17. 6) pero el Rectangulo de las Extrem.s es
BC = luego el Rectangulo BC = al quad.º de A pero el
Rectangulo BC = al triangulo dado, luego (ax. 1) el
quadrado de A = al triangulo dado.

tambien se puede formar el paralelog.mo BC = =
al triangulo dado, tirando la perp.r AD y divi-
diendo por medio en D (10. p. 1) y tirando DR
paralela à BC (31. p. 1) y por los puntos
B. y C. las CR. BO perp.s à BC (11. p. 1) será el
paralelog.mo BCRO = = al triangulo dado por ser
los triang.s CRS = AYS = [illegible] (26. p. 1) Como tambien
en los ADY = DBO = luego el triangulo ABC = = al
BOS = CRS (ax. 2) añadase a esto el trapecio
BOSC = y será (ax. 3.) el triangulo ABC = BCRO.

[illegible]

[illegible] $CR = [illegible]$ para [illegible] porque [illegible] BCX el [illegible] $SRX = [illegible] CC$ [illegible] [illegible] [illegible] tambien [illegible]

[illegible] $RX = RB$ [illegible] RS [illegible] CC [illegible] y $CC = CX$ [illegible] por que [illegible] luego [illegible] $CX = OX$ y [illegible]

[illegible] CC [illegible] $SX = XC$ y por que $OX = XC$ [illegible] [illegible] SX [illegible] $SX = X$ [illegible] pero [illegible] luego [illegible] pero [illegible] luego [illegible] DC luego [illegible] [illegible] [illegible] las rectas AP, KC, &c. que [illegible] el ochavo, luego &c. =

(Para probar en la propos.ⁿ 4.ª del Libro 2.º de los Elementos que esta es igual p.r los [illegible] d[illegible]

[illegible]: las AC. y EF. son paralelas sobre ellas cae AB. luego (p. 29. 1) el angulo CEB. conjunto [illegible] interno CFB. pero el ABC. es comun recto (por [illegible]

[illegible] CF. AB. comun (p. 29. 1) [illegible] [illegible] recto [illegible] luego los angulos ECB. y ABC. son

[illegible] rectos luego [illegible] [illegible] es comun recto (32. p. 1)

luego los lados CO. y CB. son iguales (6. p. 1.) y [illegible]

puestos [illegible] iguales a los otros (34. p. 1.) luego [illegible]

[illegible] iguales =

[illegible] angulo DCB. es recto (por [illegible]) [illegible]

[illegible] CDF (p. 29. 1.) y sus opuestos [illegible] iguales

(34. p. 1.) luego [illegible] paralelo [illegible] con [illegible] recto

[illegible] quatro lados [illegible] iguales luego (30. def.)

es igual p.r [illegible] [illegible] [illegible] (C.) [illegible]

Proposicion 18.

Dado el triangulo ABC. se pide tirar desde el

ala

ala BC. paralela AD. de tal suerte que como el triangulo ABD. es al ADC = assi sea el trapecio GHYI. al triangulo STV.

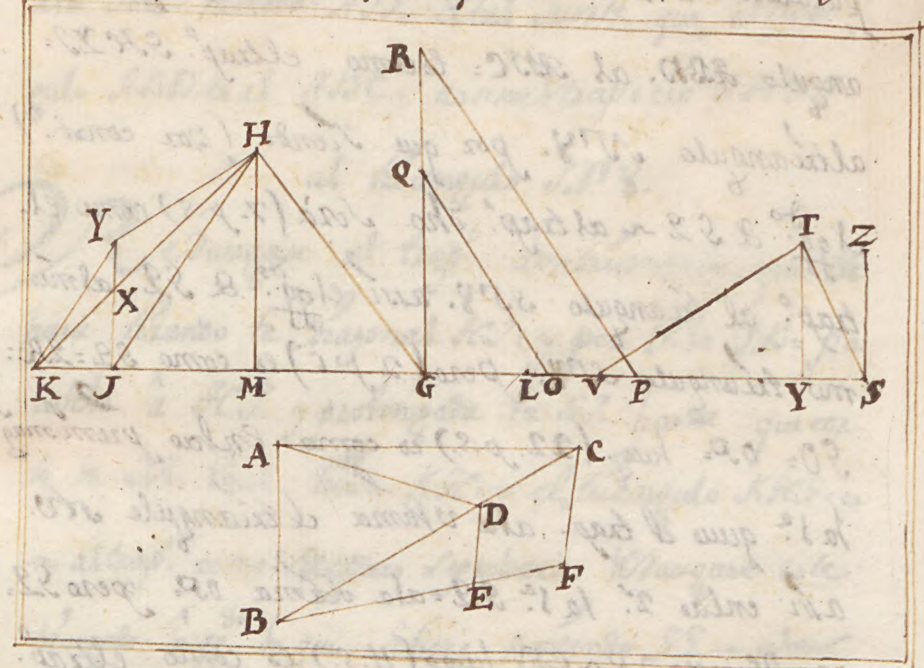
Reduzgase el trapº. à un triangulo, que se hará tirando la diagonal HI = y por Y la YK = paralela â HI. y prolongada la GI. hasta que corte la YK. en K. tirese KH: y el triangulo KHG = es = al trapº. como despues se probará. Reduzgase este triangulo â qq.do lo que se hará poniendo GL = ala mitad dela perpendicular HM. y sacando entre GL. y GK. la media proporcional GQ = será el qq.do dedicha linea = al triangulo GHK = como se verá desps. Del mesmo modo se reducira â qq.do el triangulo STV. cuyo lado del qq.º = al triangulo es SZ. Ponganse GO = y QR = cada una = SZ = tirese QO = y por R. RP. paralela â QO: Por el punto B. tirese BF. de qualquier modo. Cortese BE = GQ: y EF = OP. tirese FC = y por E. paralela

pa-

paralela à AC: tirese la AD: digo que el triangulo ABD. al ADC: es como el trap.º GHXI: al triangulo STY. por que siendo (por const.ⁿ) el qq.do QGQ ~ al trap.º dho. será (7. p. 5) como el qq.do QGQ. al mio trap.º al triangulo STY. assi el qq.do QGQ. al mio triangulo STY. pero (2. p. 6) es como GQ = QR:: GO = OP: luego (22. p. 5.) es como en las prim.s mag.s la 1.ª que es el trap.º a la ultima el triangulo STY. assi en las 2.s la 1.ª GQ = a la ultima OP = pero GQ: ~ BE = y = OP ~ CF: luego (11. 5.) es como el trap.º al triangulo dado assi BE = à = CF = pero BE = à = CF, es como BD = à = DC = (2. p. 6) luego (11. p. 5) es como el trap.º al triangulo assi BD. à. DC = pero como BD = à DC = assi es el triangulo ABD = al ADC (1. p. 6.) luego (11. p. 5) es como el trap.º al triangulo assi es el ABD: al ADC = luego será como el triangulo ABD = al ADC = assi el trap.º GHXI. al triang.lo STY. luego &c=

Corolario. &c.

De aquí se sigue que el quadrado de 20 = al trap.°



y al triangulo STY. porque el qq.do de G2 = al trap.°
y el qq.do de GO = al triangulo STY. luego los qq.s de
GO = QG: juntos son ig.s al trap.° y dho. triang.lo pero
estos dos quadrados juntos son ig.s al qq.do 20. (47. p. 1)
luego el qq.do de 20 = al trap GHZJ. y al triang.lo STY//

Pruebase que el trap.° = al triangulo KHG. por
que (37 p. 1) los triang.s JHK = YKJ. son ig.s quitese
el comun ZXK = y quedará (ax. 3) JXH = KXJ.
añadase a entrambos el trap.° HXJG = y sería
el.

el trap.º SHZI = al triangulo KHI. =

Assi mismo probare que el qq.do de GL = al triangulo IKH = porque siendo GL = media prnal. entre HG. GO = sera (17. p. 6) el rectangulo de HG. en GO = al qq.do de GL = pero el rectangulo de HG = en GO = al qq.do de GL = pero el rectangulo de KG en GO (que es la mitad de la perp.r MH) es igual al triangulo KGH = (41. p. 1) luego (ax. 1) el qq.do de GL es igual al dho. triangulo. =

Assi mismo se prueba que el qq.do de SZ = al triangulo stv. luego &.a //

Proposicion 18.

Dado el triangulo ADB. y su perp.r AC. se pide un punto en ella, que tiradas las rectas EB = ED. sea el triangulo ADB = al EBD: Como F. â. G =

A las tres rectas F = G. AC = hallese (12. p. 6) la 4.a proporcional CE. Tirense las rectas EB = ED = y se-rà el triangulo ABD. al EBD: Como F. â G. Por que siendo (1. p. 6) el triangulo ABD. al EBD. como AC. â EC. = y AC = â = EC = es por const.n como F. â G. luego (11. p. 5) el triangulo ABD.